

## Cómo encuentran los estudiantes los divisores de un número natural

### Estrategias metodológicas en el proceso de experimentación de la unidad didáctica “El cálculo de los divisores de un número natural”

**Autor:** María Elena Blandón Dávila, Carmen María Triminio Zavala

**Palabras clave:** Divisores de un número natural, educación secundaria, calculadora, algoritmo de la división, criterios de divisibilidad.

#### Resumen:

En este artículo se presentan resultados obtenidos en el planteo de estrategias metodológicas en el proceso de experimentación de la unidad didáctica “El cálculo de los divisores de un número natural”. El objetivo fue promover distintas estrategias que facilitaran el cálculo de los mismos. Partimos de la idea de que el tipo de ejercicios planteados puede ayudar a los estudiantes a desarrollar su capacidad de representar, construir modelos, solucionar e interpretar problemas, reflexión, intuición y generalización. Asimismo, se destaca la importancia de plantear actividades que impliquen inferir y ayuden a tomar conciencia del uso de estrategias adecuadas para encontrar los divisores de un número natural de forma sistemática. Se analizan las respuestas de los estudiantes de 7° de educación secundaria en base a entrevistas, producciones de ellos, metodología y proceso de gestión en el aula.

#### Summary:

This article presents results gathered from proposed methodological strategies in the experimental process of the didactic unit “The calculation of the divisors of natural numbers”. The objective was to promote different strategies that would facilitate their calculation. Starting from the idea that the different types of exercises can help students develop their ability to represent, reflect, make generalizations, use their intuition, construct models, and solve and interpret problems. It also, stresses the importance of using activities that involve deduction to help students become aware of the use of appropriate strategies to find the divisors of the natural number systematically. We analyze

seventh grade student's answers, based on interviews, student productions, applied methodology, and management process in the classroom.

#### Introducción

El trabajo se enmarca en el campo de la enseñanza de las matemáticas, de forma específica al cálculo de divisores de un número natural. Nos interesa conocer y profundizar en técnicas y procedimientos utilizados por los estudiantes tanto para el cálculo, el análisis, así como el proceso de verbalización para expresar formas de encontrar los divisores de un número. El tema es de gran importancia debido a que se encuentra dentro del currículo de primaria y secundaria, es básico, tiene concatenación con otras temáticas y en el cálculo científico conviene saber determinar los divisores de un número natural, estudiando e interpretando el funcionamiento de algunos algoritmos. Por ello, se ha explorado el nivel de conocimiento que los estudiantes tienen del tema, encontrándose poco dominio y escasa contextualización de actividades en el proceso de planificación; cuestión que se menciona en Planas (2011).

Se realizó un análisis comparativo entre formas de calcular los divisores de un número natural haciendo uso de diferentes procedimientos y siendo interrogante la forma en que los estudiantes los encontraron; se llegó a verificar que en la mayoría de los casos se orienta el uso del algoritmo de la división, haciéndose alusión a la definición: “Un número es divisible por otro cuando la división del primero por el segundo es exacta” (Larrauri, 1978, p. 64). De acuerdo con esto, nuestro objetivo es contribuir a la mejora del proceso enseñanza y aprendizaje al determinar los divisores de un número natural, mediante la experimentación de una unidad didáctica con enfoque constructivista aplicando estrategias de aprendizaje significativas y considerando las competencias matemáticas y los lineamientos en el currículo.

#### Referentes teóricos

En el marco de nuestra investigación se realizó un análisis del currículo donde se plantea el tema de los divisores de un número natural en el séptimo grado de educación secundaria con estudiantes de 12 a 14 años. Se hizo necesario destacar aspectos importantes planteados en la transformación curricular: “Como

<sup>1</sup> Artículo de la tesis para optar al grado de Master en Didácticas Específicas: Especialidad Currículo con UNAN - Managua - FAREM - Estelí y UAB (Universidad Autónoma de Barcelona) presentada por María Elena Blandón Dávila. / e-mail: elenablandon12@yahoo.es y Carmen María Triminio Zavala. / e-mail: ctriminiozavala@yahoo.com

todas las experiencias de aprendizaje que desarrolla el estudiante en interacción con su medio ambiente natural y social, las que hacen posible el desarrollo de competencias esperadas y propias de cada uno” (MINED, 2009, p. 26).

Se trata de un currículo centrado en el ser humano, organizado en competencias, en áreas y disciplinas para el desarrollo de los aprendizajes, lleva a considerar el tipo de sociedad y de ser humano que se desea formar, a reflexionar y reorientar muchas de las prácticas de enseñanza, a investigar y determinar en función de las necesidades del contexto sociocultural y de los intereses de los estudiantes.

En este trabajo se destaca la importancia del estudio de los divisores de un número natural en los diferentes ámbitos de estudio. Se ha visto que la forma más elemental que los estudiantes y docentes utilizan para el cálculo es dividiendo dicho número por la serie de números naturales. “Si la división es exacta hemos obtenido un divisor, si es entera no tendremos divisor” (Sierra, 1997, p. 69), concluyendo que para calcular todos los divisores de un número se va dividiendo dicho número por la serie de los números naturales hasta que el cociente sea menor o igual que el divisor<sup>1</sup>. Esta es la práctica que comúnmente ha sido utilizada.

En cuanto al uso de la calculadora, se ha utilizado como medio de comprobación, en donde los estudiantes constatan si los resultados obtenidos al trabajar la operación en la calculadora coinciden con el procedimiento manual. “Queremos destacar que la disponibilidad de la calculadora no reduce de ninguna manera la necesidad de comprensión matemática por parte de la persona que la está utilizando” (Udina, 1997, p. 53). Por otro lado, los criterios de divisibilidad se han desarrollado en su mayoría como un tema del momento, en donde se trabajó el contenido no con la exigencia que desde el punto de vista matemático se requiere.

La importancia de manejar y hacer uso de los criterios de divisibilidad radica en apoyarse en conceptos estudiados, deducciones y comprobaciones parciales lo que les permiten descubrir los criterios, ya que a menudo cuando se realiza la división directamente de números grandes resultan procesos demasiados extensos y aburridos para el estudiante, en cambio mediante el uso de estos se comprueba la autenticidad de la divisibilidad sin efectuar la división<sup>2</sup>.

En el desarrollo de esta investigación se trabajó con la atención a la diversidad y gestión en el aula, siendo a través de la práctica de los estudiantes que se observa la motivación e

<sup>1</sup> Adaptación de Sierra (1997, p. 69)

<sup>2</sup> Adaptación de Sierra (1997, p. 80)

intercambio de ideas, ya que logran comunicarse y llegar a conclusiones acertadas, de aquí que el conocimiento adquirido por ellos se considera productivo y se refleja en la apropiación de nuevas ideas, comentarios positivos y / o negativos. “La diversidad que es una realidad y no es un problema, ha puesto en evidencia nuestros problemas como docentes y las carencias de nuestra organización escolar para dar respuesta a esta realidad. Desde la perspectiva inclusiva, la diversidad no se percibe como un problema a resolver, sino como una oportunidad para el aprendizaje de todos” (Gairín, 2009, p.131).

## Metodología

La metodología de investigación fue cualitativa para comprender la realidad del aula. Se analizaron y describieron producciones verbales y escritas de los trabajos de 26 estudiantes de 12-14 años del Instituto Preuniversitario “Leonel Rugama Rugama” del municipio de Estelí. A partir del cotejo e interpretación de los trabajos realizados por los estudiantes durante la intervención didáctica, se establecieron las categorías de análisis tomando en cuenta los argumentos propuestos por ellos en relación con los contenidos (desde la parte conceptual, procedimental, habilidades y destrezas, hasta su comportamiento durante el proceso de experimentación). Las categorías generadas están basadas en los diferentes procedimientos e instrumentos para el cálculo de los divisores de un número natural.

En las actividades de aula se trabajó con el proceso de regulación de aprendizajes, en donde la estrategia siempre estuvo en función de objetivos de aprendizaje. Se tomaron en cuenta las tareas, los conocimientos anteriores, el tipo de estrategias a utilizar, el producto esperado, los criterios a aplicarse para determinar si lo que se está haciendo es correcto o incorrecto.

En esta investigación nos planteamos identificar las habilidades de estudiantes para encontrar los divisores de un número natural, procedimientos e instrumentos utilizados (cálculo mental, criterios de divisibilidad, algoritmo de la división, uso de la calculadora), así como la metodología aplicada y la efectividad de la estrategia utilizada en la unidad didáctica.

## La recogida de datos se hizo a través de:

- Entrevista dirigida a 10 estudiantes, en donde analizamos las respuestas dadas a cada pregunta tomando en cuenta similitudes y diferencias.
- Anotaciones diarias (conductas de los participantes, interacciones, aspectos de relevancia que no eran plasmados por los estudiantes en las actividades orientadas pero sí comentados).

- Trabajos realizados por estudiantes. Para el análisis de éstos se tomó en cuenta las diferentes formas de trabajo (individual, pareja y grupal) y actividades por cada sesión experimentada a fin de dar respuesta a las preguntas de la investigación.
- Valoración de docentes presentes en el aula.

La recopilación de información permitió obtener los datos necesarios a fin de realizar el análisis de lo experimentado, poder fundamentar las preguntas elaboradas en el proceso de investigación con datos precisos y documentados por los informantes claves. Realizar comparaciones entre lo obtenido con uno y otro instrumento, sobre la misma temática y obtener veracidad en la información recopilada. Para la organización de los datos se utilizaron gráficos estadísticos, redes sistémicas y matriz comparativa; ésta última permitió comparar información y analizar resultados obtenidos en la aplicación de los distintos instrumentos.

### Resultados

Los cuadros 1 y 2, gráficos 1 y 2 indican habilidades y procedimientos de los estudiantes en el cálculo de los divisores de un número natural. En primer lugar, el cuadro 1 muestra una síntesis de producciones en relación al cálculo de los mismos. Pocos estudiantes escriben de manera precisa todos los divisores de un número natural dado, sino que calculan los divisores por pareja y dicen que el uno y el mismo número son divisores de cualquier número. Sin embargo no realizan este tipo de conclusiones y los pocos que lo hacen es con tanteo. (n=26)

Cálculo de divisores	Regularidades más observadas	Respuesta		Frecuencia	Porcentaje
		Si	No		
Cálculo de divisores	Regularidades más observadas	Establecieron la relación de los divisores en pareja	No	(3)	100
		Establecieron la relación divisor - cociente	No	(4)	100
		Encontraron todos los divisores de los números dados		(5)	25
		Encontraron una parte de los divisores		(6)	75
		Incluyeron el uno		(7)	100
		Incluyeron el mismo número		(8)	75
		Utilizaron la calculadora		(9)	50
		Utilizaron el algoritmo de la división		(10)	50
		Verbalizaron los resultados	Si	(11)	75
			No	(12)	25
		Expresaron haber usado los criterios de divisibilidad	No	(12)	25
				(13)	100

El cuadro 2 indica explicaciones dadas por los estudiantes en la entrevista en lo que se refiere al uso de calculadora. Durante el desarrollo de la experimentación se orientó su uso pero los estudiantes argumentaron que no era la herramienta más apropiada para resolver ejercicios.

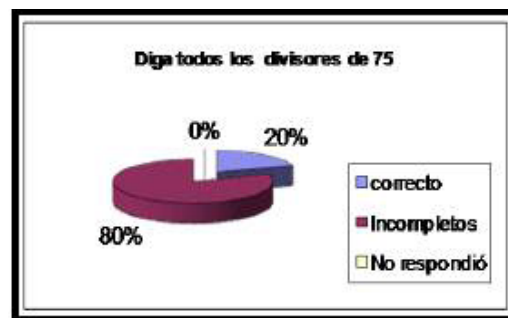
Categoría	Frecuencia	Porcentaje	Razones
Si	2	20	Para resolver operaciones con cantidades altas. Cuando no nos sabíamos las tablas.
No	8	80	Nunca me permitieron. No les gustaba. A veces la calculadora falla. Es mecánico, sólo da el número no los pasos. El análisis lo hago yo. La calculadora es más rápida pero trabajar manualmente es más rico. Desarrollo mis conocimientos dividiendo manual.
Total	10	100	

Cuadro 2.- Respuesta a ¿En sus estudios de primaria utilizó la calculadora para dividir? (n=10)

En el gráfico 1 se muestran las respuestas a ejercicios planteados en entrevista sobre el cálculo de divisores de números dados. Valoramos que los mejores resultados se obtuvieron en el número 348 debido a la restricción dada y a la característica de ser número par.



Gráfico 1.- Respuesta a Encuentre los divisores de 348 < 10 y los divisores de 75. (n=10, 5 estudiantes por cada número)



En el gráfico 2, en relación a la pregunta, los estudiantes expresaron en su mayoría que no les hablaron de los criterios de divisibilidad y que esto les ha dificultado encontrar de forma más rápida los divisores. Se observó en trabajos orientados en la etapa de investigación, ya que hicieron poco uso de los criterios y trabajaron más con el algoritmo de la división.

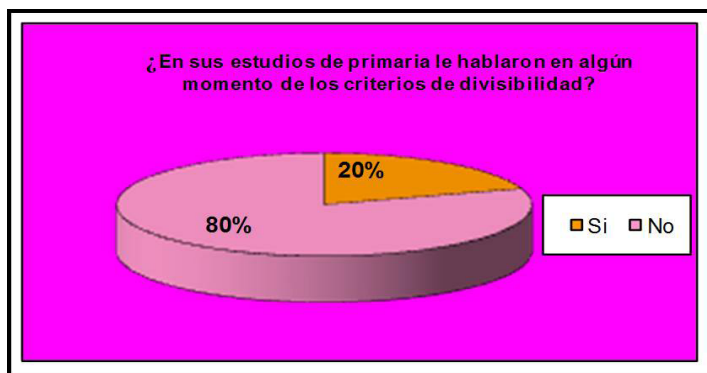


Gráfico 2.- Respuesta a ¿En primaria le hablaron de los criterios de divisibilidad? (n=10)

El gráfico 3 y el cuadro 3 responden a la metodología y calidad de las estrategias. En el gráfico 3, la categoría que más sobresalió fue muy buena; esta respuesta se trianguló con los resultados obtenidos en las tareas de los estudiantes, en plenaria, observaciones en valoraciones del docente, en donde se reflejó que ser facilitador del proceso enseñanza aprendizaje, el uso de estrategias didácticas y formas de trabajo permitió que los estudiantes fueran activos en su aprendizaje. A continuación se muestran resultados en el gráfico.



Gráfico 3.-Respuesta a Nivel de aceptación de la metodología (n=26; 1 estudiante ausente)

En el cuadro 3 se expone la valoración de los estudiantes sobre el proceso de gestión en el aula, aplicando las diferentes formas de trabajo. Si bien es cierto que ellos son capaces de producir buenos resultados de manera individual y en parejas, valoran muy significativo el trabajo realizado en grupo, indicando que les permite hacer intercambio de opiniones para lograr el consenso en la solución de tareas.

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Individual	5	20
Pareja	8	32
Grupos	12	48
Total	25	100

Cuadro 3.- Respuesta a Formas de trabajo en el aula (n=26; 1 estudiante ausente)

### Conclusiones

El trabajo informa sobre habilidades de los estudiantes para el cálculo de los divisores de un número natural, así como procedimientos, instrumentos y estrategias para encontrar estos divisores. Desde la práctica docente podemos constatar que en su mayoría los estudiantes encuentran los divisores mediante el algoritmo de la división, no se promueve el uso de los criterios de divisibilidad, el cálculo mental, la calculadora, lo que señala la poca importancia dada al estudio de este tema. Se reduce el abanico de oportunidades y de interpretación, siendo fundamental resolver ejercicios y llegar a respuestas sin analizar procedimientos.

Proponer actividades de aprendizaje cooperativo, con materiales sencillos facilitó a los estudiantes la construcción de sus conocimientos, a fin de inferir resultados, contrastar información, sustentar las interrogantes planteadas.

Es necesario trabajar de forma sistemática con los estudiantes, el proceso de verbalización para inducirlos a expresar y / o justificar lo que hacen, hasta llegar a que ellos tengan una mayor habilidad verbal, pensamiento abstracto, estructura visual y espacial.

Los ejercicios planteados en las diferentes sesiones, así como las preguntas en las entrevistas son básicos para contribuir en los estudiantes a utilizar sus conocimientos previos y profundizar en otros, que permitan comprender, relacionar ideas, conocimientos e interpretar.

Los resultados obtenidos indican que en el trabajo con la divisibilidad se deben tomar en cuenta los planteamientos de los ejercicios desde una perspectiva procedimental, conceptual, propiedades y generalización, así como aplicar diferentes formas evaluativas que les permitan la regulación de su aprendizaje y estar conscientes que nuestro papel de maestro es ser un facilitador de procesos y dar el espacio que compete a los estudiantes que es ser sujeto activo.

En la clase de matemática se deben facilitar técnicas y procedimientos en el que se integren los diferentes grupos de capacidades interrelacionando actividades de reproducción, conexión y reflexión, mediante la presentación y el desarrollo de actividades planteadas para lograr en los estudiantes un aprendizaje significativo.

De este trabajo no se puede concluir que haya una mejora en el cálculo de los divisores de un número natural por los estudiantes, pero creemos que el conocer y hacer uso de los distintos procedimientos e instrumentos puede ayudar a que el contenido sea más asequible.

Finalmente los resultados de la investigación refuerzan la idea de que los docentes debemos replantearnos nuevos paradigmas para facilitar el proceso enseñanza y aprendizaje, ya que tanto los profesores como los estudiantes percibimos como una necesidad el aprender haciendo matemática, pero también como una habilidad no fácil de alcanzar sin contar con la ayuda de otros actores que faciliten la construcción de aprendizajes significativos.

### Agradecimiento

A dirección, docentes y estudiantes de séptimo grado del Instituto “Leonel Rugama Rugama”, docentes de la UAB y personal de dirección FAREM- Estelí. Esta investigación fue realizada en el marco de la Maestría en Didácticas Específicas de la UAB-FAREM (2008-2010).

### Bibliografía

- DISEÑO CURRICULAR DEL SUBSISTEMA DE LA EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA NICARAGÜENSE (2008):** Serie Educativa: Educación gratuita y de calidad, derecho humano fundamental de las y los nicaragüenses.
- GAIRIN, J. DÍAZ, P. GARCÍA, A. CANO, E. ESTEFANÍA, J. LÓPEZ, J. MONEREO, C. SANTOS, M. SANMARTÍ, N. (2009):** Nuevas funciones de la evaluación. La evaluación como autorregulación. Madrid: MEC.
- LARRAURI, A. (1978):** MATEMÁTICAS. Bilbao: Larrauri.
- PLANAS, N. (2011):** Innovación y buenas prácticas en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato. En J. M. Goñi (Ed.), Matemáticas: investigación, innovación y buenas prácticas. Barcelona: Graó.
- SANMARTÍ, N. (2007):** 10 ideas clave. Evaluar para aprender. Barcelona: Graó.

- SIERRA, M. GONZÁLEZ, M. GARCÍA, A. GONZÁLEZ, M. (1997):** “Divisibilidad”. Madrid: Síntesis.
- UDINA, A. (1997):** Aritmética y calculadora. Madrid: Síntesis.