

## Análisis numérico de la convección natural en recintos cerrados con distinto factor de forma

A. Lizardi\*, A. Hernández, H. Terrés, R. López, J.R. Morales, A. Lara

Área de Termofluidos, Depto. de Energía, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco  
Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas. Del. Azcapotzalco, C.P. 02200, México D.F.  
E-mail: arlr@correo.azc.uam.mx

*(recibido/received: 30-Enero-2011; aceptado/accepted: 20-Mayo-2011)*

### RESUMEN

En este trabajo se utilizó el análisis numérico, aplicando el programa de simulación para ingeniería ANSYS, para establecer la distribución de temperaturas, densidad y velocidades vertical y horizontal en una cavidad cerrada con relación geométrica alto/anchura ( $H/E$ ) del sistema de 0.5, 1 y 2, temperatura constante en la pared vertical izquierda y derecha de 50 y 20 °C, respectivamente, y condición de frontera adiabática en las paredes horizontales. Lo anterior para un número de Prandtl de 4.83 y Rayleigh de  $5.84 \times 10^7$ . Al comparar los resultados entre el sistema con  $H/E = 2$  y  $H/E = 1$ , se encontró que el valor máximo positivo de la velocidad vertical se incrementó un 26.29 %, el de la velocidad horizontal disminuyó 72.75 % y la temperatura en la zona central de la cavidad disminuyó un 2.46 %. Por otro lado, al comparar los resultados del sistema  $H/E = 0.5$  y  $H/E = 1$ , se encontró que el valor máximo positivo de la velocidad vertical aumentó un 7.24 %, el de la velocidad horizontal se incrementó 34.08 % y la temperatura de la zona central del sistema disminuyó un 3.70 %.

Palabras claves: Convección natural; Cavidad cerrada; ANSYS

### ABSTRACT

In this work, numerical analysis was used to determine temperature distribution, density and both vertical as horizontal velocities applying engineering simulation software ANSYS. This was conducted for a closed cavity with geometrical relations height/width ( $H/E$ ) of 0.5, 1 and 2. Likewise, constant temperatures in the left-right vertical walls of 50 and 20 °C and adiabatic boundary condition for the horizontal walls were considered. This activity was done considering Prandtl and Rayleigh numbers of 4.83 and  $5.84 \times 10^7$ , respectively. When results were compared for  $H/E = 2$  and  $H/E = 1$ , it was found that the positive maximum value for the vertical velocity increased 26.29 %, horizontal velocity decreased 72.75 % and the central zone temperature in the cavity decreased 2.46 %. On the other hand, when the results for  $H/E = 0.5$  and  $H/E = 1$  were compared, it was found that the positive maximum value for the vertical velocity increased 7.24 %, horizontal velocity increased 34.08 % and the central zone temperature in the system decreased 3.70 %.

Keywords: Natural convection; Closed cavity; ANSYS

---

\* Autor para la correspondencia

## INTRODUCCIÓN

El análisis de la convección natural en recintos cerrados ha sido abordado al paso del tiempo desde dos puntos de vista: experimental y analíticamente. El procedimiento analítico (incluyendo el numérico) tiene la ventaja de que es relativamente rápido y barato, pero los resultados obtenidos están sujetos a la exactitud de las hipótesis e idealizaciones establecidas en el análisis.

Shiralkar y Tien (1981) analizaron numéricamente la convección natural en cavidades horizontales con paredes verticales isotérmicas y paredes horizontales adiabáticas. Combinaron el uso del método de la diferencia exponencial estable con un tamaño de malla que puede ser variado en ambas direcciones. El trabajo contempla el análisis del perfil de temperaturas, velocidad horizontal y flujo de calor local, para un rango del número de Prandtl de  $0.01 < Pr < 100$  y para un Rayleigh de  $10^3 < Ra < 6 \times 10^6$ . Finalmente propusieron cuatro correlaciones, para distintos números de Prandtl, que permiten determinar el número de Nusselt en función del número de Rayleigh.

Kaviany (1984) analizó numéricamente los campos de temperatura y líneas de corriente en una cavidad cuadrada con una protuberancia semicircular localizada simétricamente en el fondo. Las paredes verticales se consideraron a temperatura constante, con el lado izquierdo a mayor temperatura que el derecho. Las superficies superior e inferior se trataron como adiabáticas. Se muestran resultados del número de Nusselt y de los valores máximos de la función corriente para un rango del número de Rayleigh de  $10^1 < Ra < 10^4$  y para radios de la protuberancia de 0, 0.2 y 0.4.

Chen y Weng (2005) analizaron numéricamente la convección natural en un micro canal de placas verticales paralelas, con la pared izquierda a temperatura baja y la pared derecha a temperatura alta. Los extremos superior e inferior del canal se encontraban abiertos a la atmósfera. Los resultados muestran la distribución de temperaturas, velocidad vertical, flujo volumétrico y número de Nusselt para

diferentes factores  $\beta_v$ ,  $Kn = 0, 0.05$  y  $0.1$  y parámetros de interacción pared-fluido  $ln = 0, 5$  y  $10$ .

El objetivo de este trabajo es determinar numéricamente la distribución de temperaturas, densidad, velocidades vertical y horizontal en una cavidad cerrada con tres relaciones geométricas alto/ancho ( $H/E$ ) del sistema, temperatura constante en las paredes verticales y condición de frontera adiabática en las horizontales. Los factores de forma analizados son 0.5, 1 y 2, la temperatura en la pared vertical izquierda y derecha es de 50 y 20 °C, respectivamente, y se maneja un número de Prandtl de 4.83 y Rayleigh de  $5.84 \times 10^7$ . En el desarrollo del trabajo se resuelven numéricamente las ecuaciones de conservación de la masa, momentum y energía para flujo permanente, bidimensional, junto con las condiciones de frontera, empleando el método numérico del elemento finito, mediante el programa ANSYS.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El modelo físico consiste en un recinto cerrado de altura  $H$  y ancho  $E$ , la pared vertical izquierda se encuentra a una temperatura alta  $T_h$  y la derecha a una temperatura baja  $T_c$ . Las paredes superior e inferior se encuentran aisladas térmicamente, ver Fig. 1.

La cavidad se encuentra llena de un fluido newtoniano, incompresible y de propiedades físicas constantes, excepto la densidad en el término de flotación (*i.e.* aproximación de Boussinesq).

En estas condiciones, la densidad se considera como una función lineal de la temperatura, esto es (Incropera y DeWitt, 1999):

$$\rho = \rho_o [1 - \beta (T - T_o)] \quad (1)$$

donde  $\beta$  es el coeficiente de expansión volumétrico y  $\rho_o$  es la densidad a la temperatura de referencia  $T_o$ . Se consideran tres factores de forma ( $H/E$ ) para el sistema: 0.5, 1 y 2.

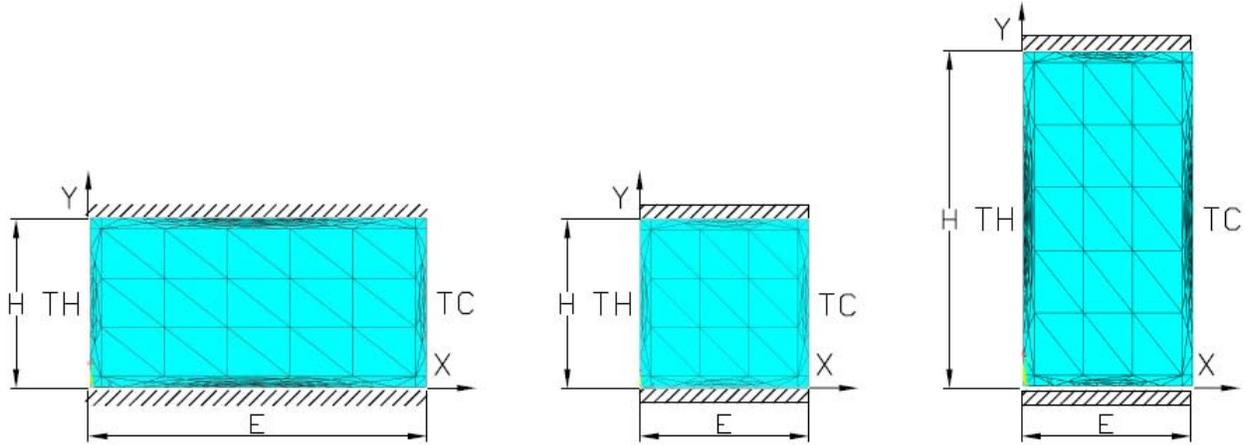


Fig. 1 Modelo físico y representación de la malla del sistema a analizar para un factor de forma ( $H/E$ ) de: (a) 0.5, (b) 1, (c) 2.

### MODELO MATEMÁTICO

En la formulación de los problemas de transferencia de calor por convección hay que reconocer que, en general, en un fluido en movimiento la energía térmica es transportada tanto por conducción como por el movimiento del fluido. El planteamiento matemático del problema de flujo promovido por convección natural es definido por las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía. En el estudio se emplea la aproximación de Boussinesq que considera que las propiedades físicas del fluido son independientes de la temperatura. La densidad,  $\rho$ , del fluido se toma como constante, excepto en el término de fuerza de flotación. En este último término la densidad se considera como una función lineal de la temperatura. Bajo las condiciones anteriormente mencionadas, las ecuaciones de movimiento para flujo laminar convectivo, considerando capa límite son (Bejan, 1995):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\rho_o \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\rho_o \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \rho_o g \beta (T - T_o) + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

$$\rho_o C \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica,  $C$  es el calor específico y  $k$  es la conductividad térmica. Las condiciones de frontera apropiadas para el sistema, Fig. 1, son:

$$\begin{array}{lll} x = 0 & u = v = 0 & T = Th \\ x = E & u = v = 0 & T = Tc \\ y = 0 & u = v = 0 & \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ y = H & u = v = 0 & \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \end{array} \quad (6)$$

### SOLUCIÓN NUMÉRICA

Para resolver las ecuaciones de movimiento que rigen en el interior del sistema (2), (3), (4) y (5), junto con las condiciones de frontera (6), se empleó el método del elemento finito a través del programa ANSYS. Para ello se utilizó la siguiente metodología:

a) Se selecciona en el programa el tipo de análisis, en este caso FLOTRAN.

b) Se dibuja la geometría a analizar y los elementos en las fronteras. En este caso la altura y anchura de la cavidad tomaron dos dimensiones: 0.04 m ó 0.08 m, dependiendo de la relación geométrica ( $H/E$ ) que se analiza, de acuerdo a la Fig. 1. El mallado en los sistemas se generó más denso en las zonas cercanas a las cuatro fronteras, con el fin de obtener mayor definición. Para el sistema con  $H/E = 0.5$  y 2 se generaron 9,845 nodos con 19,208 elementos y para el sistema  $H/E = 1$  se generaron 4,445 nodos con 8,568 elementos. Con el número de nodos y elementos propuestos se satisfacen los criterios de estabilidad y de orden de precisión para el alcance del trabajo.

c) Se introduce el valor de las propiedades del fluido, en este caso agua, que permanecen constantes: calor específico, viscosidad dinámica, coeficiente de expansión volumétrico y conductividad térmica. La densidad se maneja como variable y la presión se modela con el algoritmo de relajación (TDMA).

d) Se introduce el valor y la dirección de la aceleración gravitatoria.

e) Se introducen las condiciones de frontera y se indica en el programa que se realice un máximo de 500 iteraciones. Lo anterior es suficiente para llegar a la convergencia del problema.

f) Se indica al programa que los resultados se muestren a través de gráficas de distribución de temperaturas, densidad y velocidades vertical y horizontal.

Cabe mencionar que los valores introducidos en la simulación numérica corresponden a un número de Prandtl de 4.83 y Rayleigh de  $5.84 \times 10^7$ .

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En las Figs. 2, 4, 6 se muestran los campos de velocidad, en m/s, en la cavidad cerrada para una relación geométrica  $H/E = 1, 2$  y 0.5. En ellas se aprecia que en la vecindad de las fronteras con alta y baja temperatura el fluido se mueve verticalmente hacia arriba y hacia abajo, respectivamente. En las paredes adiabáticas

superior e inferior el movimiento del fluido es hacia la derecha y hacia la izquierda, respectivamente. La combinación de estos flujos genera un movimiento rotatorio en sentido horario. En el interior del sistema con  $H/E = 1$ , Fig. 2, se observan dos vórtices secundarios que giran en sentido horario, éstos son de baja intensidad, alrededor de  $1.77 \times 10^{-3}$  m/s, y son generados por la interacción de las dos capas límite hidrodinámicas que se forman en las paredes isotérmicas. Algo similar ocurre en el interior del sistema con  $H/E = 0.5$ , pero con valores distintos, en este caso la magnitud de los vórtices se aproxima a  $1.89 \times 10^{-3}$  m/s. Para el caso del sistema con  $H/E = 2$ , se generan tres vórtices secundarios con un valor aproximado a  $2.13 \times 10^{-3}$  m/s. Los vórtices superior e inferior rotan en sentido horario y el del centro en sentido anti horario. El comportamiento anterior se debe al aumento del tamaño de las fronteras con temperatura constante, a la esbeltez del sistema y al efecto gravitatorio.

En las Figs. 3, 5, 7 se muestran los campos de temperatura, en °C, en el recinto cerrado para un factor de forma  $H/E = 1, 2$  y 0.5. En todos los casos se aprecian tres zonas, una de lado izquierdo, donde se presenta la capa límite térmica con alta temperatura, una zona central de temperatura media, y finalmente la zona de lado derecho, que se genera por la capa límite térmica con baja temperatura.

Por otro lado, en la Fig. 8 se muestran los resultados de la velocidad vertical, en m/s, para distintas posiciones en el eje  $x$  y para una ubicación sobre el eje  $y$  de  $H/2$ . Para el sistema con  $H/E = 0.5$  se aprecia que la velocidad vertical comienza en cero, debido a la condición de frontera de no deslizamiento sobre la pared rígida. Posteriormente se observa la zona de la capa límite hidrodinámica donde el flujo se dirige verticalmente hacia la frontera superior, esto se indica por el signo positivo de la velocidad. Se aprecia que la magnitud de esta componente de velocidad va aumentando hasta un máximo de 0.0150 m/s, y de allí comienza a disminuir hasta un valor cercano a cero, que permanece constante en la parte central del sistema. Finalmente se observa la zona de la otra capa límite hidrodinámica donde ahora el flujo

se dirige hacia la frontera inferior, esto se indica por el signo negativo de la velocidad. En esta parte se aprecia que la velocidad va aumentando

hasta un máximo de  $-0.0112$  m/s, y de allí nuevamente disminuye su magnitud hasta llegar a cero, al ubicarse sobre la otra frontera rígida.

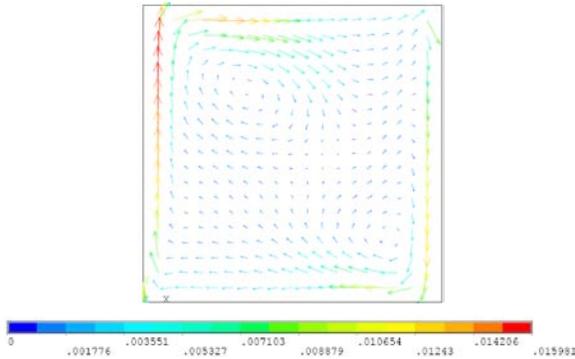


Fig. 2 Campo de velocidades (m/s) para  $H/E = 1$ .

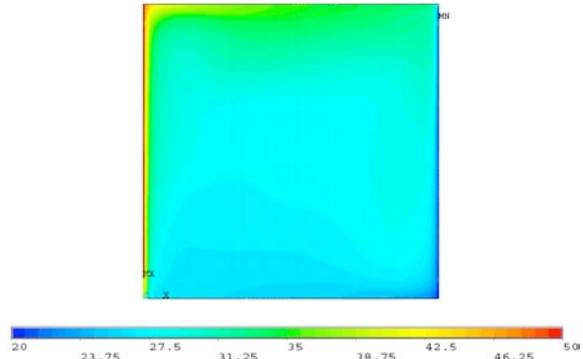


Fig. 3 Campo de temperaturas ( $^{\circ}\text{C}$ ) para  $H/E = 1$ .

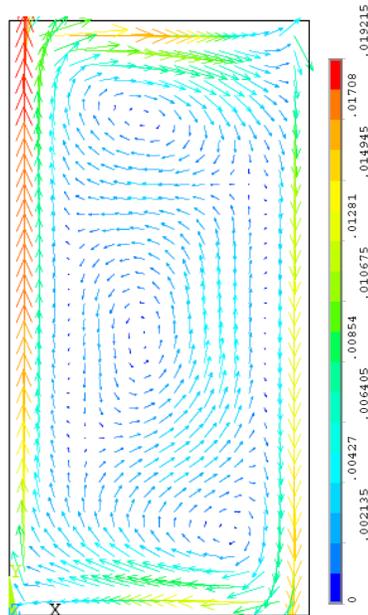


Fig. 4 Campo de velocidades (m/s) para  $H/E = 2$ .

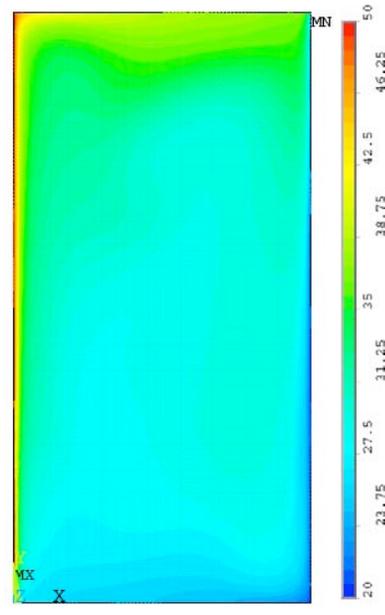


Fig. 5 Campo de temperaturas ( $^{\circ}\text{C}$ ) para  $H/E = 2$ .

Para el sistema con  $H/E = 1$  se observa el mismo comportamiento pero con valores distintos, en este caso la magnitud máxima positiva es de  $0.0140$  m/s y la negativa es de  $-0.0108$  m/s. Finalmente, en el sistema con  $H/E = 2$  ocurre algo similar, aunque en la parte central se aprecian algunas perturbaciones en el flujo ocasionadas por el vórtice secundario central, el valor máximo positivo que toma la velocidad es de  $0.0177$  m/s y el negativo es de  $-0.0133$  m/s.

En la Fig. 9 se muestran los resultados de la velocidad horizontal, en m/s, para distintas posiciones en el eje  $x$  y para una ubicación sobre el eje  $y$  de  $H/2$ . Para la cavidad con  $H/E = 0.5$  se observa que la velocidad horizontal comienza en cero, debido a la condición de frontera de pared impermeable. Posteriormente aumenta su magnitud hasta un máximo negativo de  $-0.0019$  m/s. El signo negativo indica que el flujo se dirige hacia la izquierda, hacia la frontera con alta temperatura. Posteriormente va

disminuyendo su valor hasta llegar a cero y de allí hay un cambio en el sentido del flujo, ahora éste se mueve hacia la derecha, lo anterior se indica por el signo positivo. El valor máximo que toma la velocidad horizontal es de 0.0015 m/s. Finalmente va disminuyendo nuevamente su magnitud hasta llegar a cero, al ubicarse sobre la otra frontera rígida. Para el sistema con  $H/E = 1$  se aprecia el mismo comportamiento pero con

valores distintos, en este caso la magnitud máxima negativa es de -0.0020 m/s y la positiva es de 0.0012 m/s. Finalmente, en el recinto con  $H/E = 2$  ocurre algo similar pero con valores más pequeños, resultado del incremento de las fronteras verticales y del vórtice secundario en esa zona. La magnitud máxima negativa que toma la velocidad horizontal es de -0.0009 m/s y la positiva es de 0.0003 m/s.

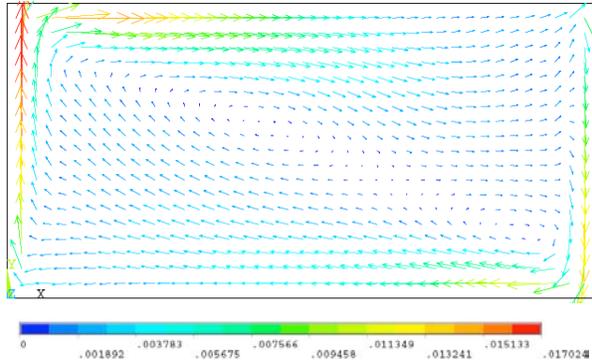


Fig. 6 Campo de velocidades (m/s) para  $H/E = 0.5$ .

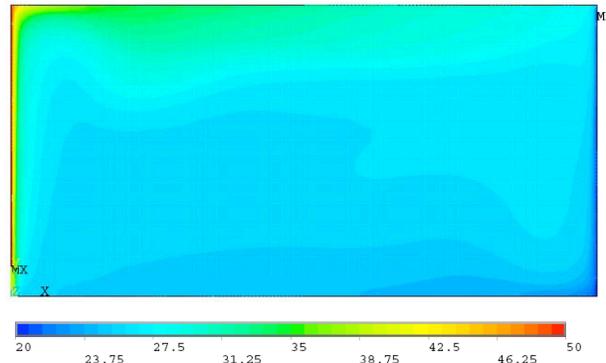


Fig. 7 Campo de temperaturas (°C) para  $H/E = 0.5$ .

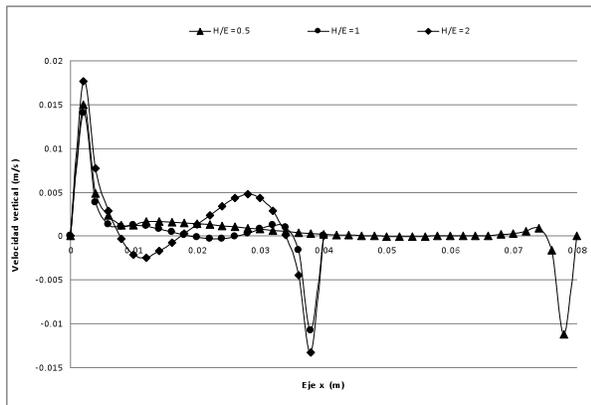


Fig. 8 Distribución de velocidad vertical para  $y = 0.5 H$  y tres factores de forma  $H/E$ .

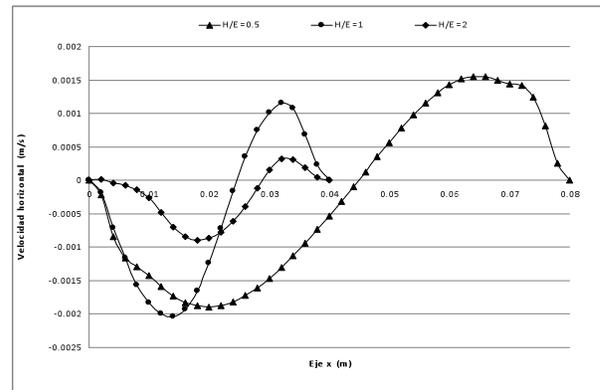


Fig. 9 Distribución de velocidad horizontal para  $y = 0.5 H$  y tres factores de forma  $H/E$ .

En la Fig. 10 se muestra la distribución de temperaturas, en °C, para distintas posiciones en el eje  $x$  y para una ubicación sobre el eje  $y$  de  $H/2$ . Para el sistema con  $H/E = 0.5$  se observa que la temperatura comienza con un valor de 50 °C, debido a la condición de frontera de temperatura constante sobre la pared. Posteriormente su magnitud disminuye rápidamente hasta llegar al borde de la capa límite de alta temperatura, donde toma un valor que permanece constante en la parte central del

sistema y que en promedio es de 29.37 °C. Finalmente se aprecia un rápido decremento de su magnitud hasta llegar a 20 °C, lo anterior debido a la influencia de la capa límite de baja temperatura y a la otra frontera rígida. Para el sistema con  $H/E = 1$  se observa el mismo comportamiento pero con valores distintos, en este caso la temperatura disminuye de 50 °C a 30.50 °C, que es la magnitud promedio en el centro de esta cavidad. Posteriormente se presenta el mismo decremento de su valor hasta

llegar a 20 °C. Para el sistema con  $H/E = 2$  ocurre algo similar a los dos casos anteriores pero con una magnitud promedio en el centro de la cavidad de 29.75 °C. Analizando el valor de la temperatura en los bordes de la capa límite térmica de alta y baja temperatura, se obtuvo una diferencia de 2.00, 2.26 y 1.32 °C para las cavidades con  $H/E = 0.5, 1$  y  $2$ , respectivamente. De acuerdo a los resultados obtenidos se concluye que el gradiente de temperaturas es grande dentro de las capas límite, una vez fuera de esta zona, el gradiente de temperaturas es de baja magnitud. El comportamiento anterior obedece a las condiciones de frontera impuestas en el sistema y a la no linealidad de las ecuaciones que rigen en la cavidad.

En la Fig. 11 se muestran los resultados de la densidad, en  $\text{kg/m}^3$ , para distintas posiciones en el eje  $x$  y para una ubicación sobre el eje  $y$  de  $H/2$ . Para la cavidad con  $H/E = 0.5$  se aprecia

que la densidad comienza en  $988 \text{ kg/m}^3$ , al ubicarse sobre la frontera con temperatura constante de 50 °C. Posteriormente su magnitud aumenta rápidamente hasta llegar al borde de la capa límite de alta temperatura, donde toma un valor promedio que permanece constante en la parte central del sistema y que es de  $994.62 \text{ kg/m}^3$ . Finalmente se observa otro aumento de su magnitud hasta llegar a  $998 \text{ kg/m}^3$  al ubicarse sobre la frontera con temperatura de 20 °C. Para el sistema con  $H/E = 1$  se aprecia el mismo comportamiento pero con un valor promedio ligeramente distinto en la parte central de la cavidad que es de  $994.55 \text{ kg/m}^3$ . Finalmente, en el recinto con  $H/E = 2$  ocurre algo similar pero con una magnitud promedio en el centro del sistema de  $994.63 \text{ kg/m}^3$ . Al igual que la temperatura, la variación de la densidad en el centro de la cavidad es de baja magnitud, presentándose las mayores variaciones dentro de la capa límite térmica.

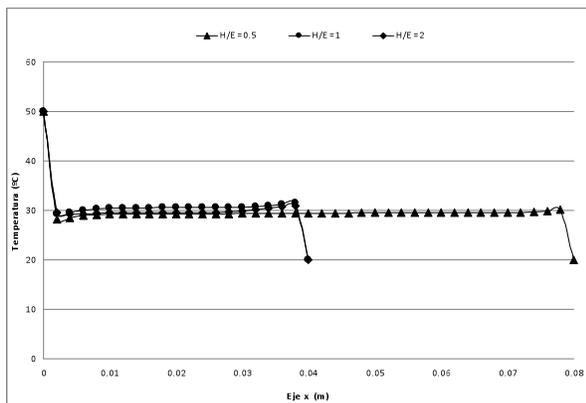


Fig. 10 Distribución de temperaturas para  $y = 0.5 H$  y tres factores de forma  $H/E$ .

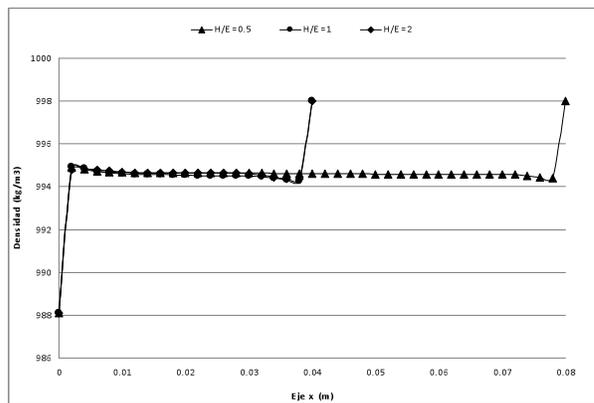


Fig. 11 Distribución de densidad para  $y = 0.5 H$  y tres factores de forma  $H/E$ .

### CONCLUSIONES

Los resultados mostraron que los parámetros estudiados en este trabajo varían de acuerdo a la relación geométrica que se analice. Al comparar los resultados entre el sistema con  $H/E = 2$  y  $H/E = 1$ , se encontró que el valor máximo positivo de la velocidad vertical se incrementó un 26.29 %, el de la velocidad horizontal disminuyó 72.75 % y la temperatura en la zona central de la cavidad disminuyó un 2.46 %. Por otro lado, al comparar los resultados del sistema  $H/E = 0.5$  y  $H/E = 1$ , se encontró que el valor

máximo positivo de la velocidad vertical aumentó un 7.24 %, el de la velocidad horizontal se incrementó 34.08 % y la temperatura de la zona central del sistema disminuyó un 3.70 %. Respecto a la temperatura y densidad, se puede concluir que sus gradientes son de baja magnitud en la parte central de los sistemas, presentándose los valores más altos dentro de la zona de la capa límite térmica. Los resultados anteriores dan una idea del comportamiento del proceso convectivo en las cavidades cerradas, sin embargo se requiere de un mayor análisis para utilizar estos resultados en alguna aplicación

práctica de ingeniería tal como en colectores solares para el calentamiento de agua o aire, enfriamiento de equipo electrónico, diseño de moldes y ollas en el procesado de metales o refinación electrolítica del cobre, etc.

### NOTACIÓN

$C$	Calor específico	(J/kg °C)
$E$	Ancho de la cavidad	(m)
$F_v$	Coefficiente de momento tangencial	(-)
$g$	Aceleración gravitatoria	(m/ s <sup>2</sup> )
$H$	Altura de la cavidad	(m)
$k$	Conductividad térmica	(W/m °C)
$Kn$	Número de Knudsen	(-)
$ln$	Parámetro de interacción pared-fluido	(-)
$P$	Presión	(Pa)
$T$	Temperatura	(°C)
$T_c$	Temperatura de pared fría	(°C)
$T_h$	Temperatura de pared caliente	(°C)
$T_o$	Temperatura de referencia del fluido	(°C)
$u$	Velocidad horizontal	(m/s)
$v$	Velocidad vertical	(m/s)
$x$	Coordenada en eje horizontal	(m)
$y$	Coordenada en eje vertical	(m)
<i>Letras griegas</i>		
$\beta$	Coefficiente de expansión volumétrica	(1/°C)
$\beta_v$	Parámetro $\beta_v = \frac{2 - F_v}{F_v}$	(-)
$\rho$	Densidad	(kg/m <sup>3</sup> )
$\rho_o$	Densidad a la temperatura de referencia	(kg/m <sup>3</sup> )
$\mu$	Viscosidad dinámica	(kg/m·s)

### REFERENCIAS

Bejan, A. (1995). *Convection Heat Transfer*. New York, USA: Wiley.

Chen, C.K., & Weng, H.C. (2005). Natural Convection in a Vertical Microchannel. *Journal of Heat Transfer*, Vol. 127, No. 9, pp. 1053-1056. doi: [10.1115/1.1999651](https://doi.org/10.1115/1.1999651)

Incropera, F.P., & DeWitt, D.P. (1999) *Fundamentos de Transferencia de Calor*. México D.F., México: Prentice Hall.

Kaviany, M. (1984). Effect of a Protuberance on Thermal Convection in a Square Cavity. *Journal of Heat Transfer*, Vol. 106, No. 4, pp. 830-834. doi: [10.1115/1.3246759](https://doi.org/10.1115/1.3246759)

Shiralkar, G.S, & Tien, C. (1981). A Numerical Study of Laminar Natural Convection in Shallow Cavities. *Journal of Heat Transfer*, Vol. 103, No. 2, pp. 226-231. doi: [10.1115/1.3244445](https://doi.org/10.1115/1.3244445)



**Arturo Lizardi Ramos** es Ingeniero Mecánico de la ESIME-IPN (1995). Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica en la SEPI ESIME-IPN (1997). Áreas de interés: Análisis experimental y numérico de problemas en Termofluidos. Profesor-Investigador de la UAM-A, México.