

Producto Especial de convolución del Núcleo Ultrahiperbólico de Marcel Riesz.

Manuel A. Aguirre * and Emilio Aguirre R.

(Núcleo Consolidado de Matemática Pura y Aplicada(NuCOMPA)
Facultad de Ciencias Exactas Universidad Nacional del Centro
Pinto 399,(7000)Tandil, Argentina
e-mail: maguirre@exa.unicen.edu.ar

(Recibido/received: 19-Junio-2013; aceptado/accepted: 2130-Noviembre-2013)

RESUMEN

En este artículo primero consideramos la fórmula $R_{-2k}(u) = \square^k \delta(x)$ para el caso especial μ par y ν y par y luego le damos sentido al producto de convolución $R_{-2k}(u) * R_{-2l}(u)$ para este caso, donde $R_\alpha(u)$ es el núcleo ultrahiperbólico definido por (8) y \square^k es el operador definido por (16). Como consecuencia se obtiene la fórmula de $W_{-2k}(u, m)$ y el producto de convolución de $\{\square + m^2\}^k \delta\{x\} * \{\square + m^2\}^l \delta\{x\}$, donde $W_\alpha(u, m)$ es la familia de funciones distribucionales definida (37) y $\{\square + m^2\}^k$ es definido por (39).

Palabras claves: Teoría de distribuciones; convolución de distribuciones.
Clasificación de AMS: 46F10,46F12.

ABSTRACT

In this article first let consider the formula $R_{-2k}(u) = \square^k \delta(x)$ for the special case μ even and ν even and then we give a sense to the convolution product of $R_{-2k}(u) * R_{-2l}(u)$ for this case, where $R_\alpha(u)$ is the ultrahyperbolic kernel defined by (8) and \square^k is the operator defined by (16). As consequence we obtain the formula of $W_{-2k}(u, m)$ and the convolution product of $\{\square + m^2\}^k \delta\{x\} * \{\square + m^2\}^l \delta\{x\}$, where $W_\alpha(u, m)$ is the distributional family defined by (37) and $\{\square + m^2\}^k$ is defined by (39).

Keywords: Distributions Theory; convolution of distributions
AMS Subject Classification: 46F10,46F12

*Work partially support by "Comisión de investigaciones Científicas (C.I.C.)" de la provincia de Buenos Aires, Argentina.

1. Introducción.

Sea $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ un punto de R^n y sea

$$x_1^2 + \dots + x_\mu^2 - x_{\mu+1}^2 - \dots - x_{\mu+\nu}^2 = u, \quad (1)$$

$\mu + \nu = n$ (dimensión del espacio). By H_+ se designa el interior de un cono avanzado ó cono de avance:

$$H_+ = \{x \in R^n : x_1 > 0, u > 0\}, \quad (2)$$

y por \bar{H}_+ se designa su clausura. Similarmente, H_- designa el dominio

$$H_- = \{x \in R^n : x_1 < 0, u > 0\} \quad (3)$$

y \bar{H}_- designa su clausura.

Sea $F(\lambda)$ una función de variable escalar λ , y sea $\Phi(x)$ una función dotada de las siguientes propiedades:

- a) $\Phi(x) = F(u)$
 - b) soporte $\Phi(x) \subset \bar{H}_+$
 - c) $e^{\langle x, y \rangle} \Phi(x) \in L_1$ if $y \in V_-$,
- (4)

donde

$$V_- = \{y \in R^n : y_1 > 0, y_1^2 + \dots + y_\mu^2 - y_{\mu+1}^2 - \dots - y_{\mu+\nu}^2 > 0\}, \quad (5)$$

Llamamos R la familia de funciones $\Phi(x)$ que satisfacen las condiciones dadas en (4).

Similarmente, llamamos A la familia de funciones que satisfacen las condiciones:

- a') $\Phi(x) = F(u)$
 - b') soporte $\Phi(x) \subset \bar{H}_-$
 - c') $e^{\langle x, y \rangle} \Phi(x) \in L_1$ if $y \in V_+$,
- (6)

donde

$$V_+ = \{y \in R^n : y_1 < 0, y_1^2 + \dots + y_\mu^2 - y_{\mu+1}^2 - \dots - y_{\mu+\nu}^2 > 0\}. \quad (7)$$

Vamos a considerar la siguiente familia de funciones R_α introducida por Y. Nozaki ([1], page 72):

$$R_\alpha(u) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{u^{\frac{\alpha-n}{2}}}{K_n(\alpha)} & \text{si } x \in H_+ \\ 0 & \text{si } x \notin H_+ \end{array} \right\} \quad (8)$$

Aquí α es un parámetro complejo y n la dimensión del espacio.

la constante $K_n(\alpha)$, es definida por

$$K_n(\alpha) = \frac{\pi^{\frac{n-1}{2}} \Gamma(\frac{2+\alpha-n}{2}) \Gamma(\frac{1-\alpha}{2}) \Gamma(\alpha)}{\Gamma(\frac{2+\alpha-\mu}{2}) \Gamma(\frac{\mu-\alpha}{2})} \quad (9)$$

donde, $\Gamma(\alpha)$ es la función gama, μ es el número de términos positivos de

$$u = x_1^2 + \dots + x_\mu^2 - x_{\mu+1}^2 - \dots - x_{\mu+v}^2, \quad (10)$$

y $\mu + v = n$.

$R_\alpha(u)$, es una función ordinaria si $\text{Re}(\alpha) \geq n$, y es una distribución de α .

Llamaremos a $R_\alpha(u)$ el núcleo ultrahiperbólico de Marcel Riesz. Haciendo $\mu = 1$ en (8) y (9) y usando la fórmula de duplicación de Legendre de $\Gamma(z)$

$$\Gamma(2z) = 2^{2z-1} \pi^{-\frac{1}{2}} \Gamma(z) \Gamma(z + \frac{1}{2}) \quad (11)$$

([2], Vol. I, página 344, fórmula (15)), la fórmula (8) se reduce a

$$M_\alpha(u) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{u^{\frac{\alpha-n}{2}}}{H_n(\alpha)} & \text{si } x \in H_+ \\ 0 & \text{si } x \notin H_+. \end{array} \right\} \quad (12)$$

Aquí

$$u = x_1^2 - x_2^2 - \dots - x_n^2, \quad (13)$$

y

$$H_n(\alpha) = \pi^{\frac{n-2}{2}} 2^{\alpha-1} \Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\alpha-n+2}{2}\right). \quad (14)$$

$M_\alpha(u)$ es, precisamente, el núcleo hiperbólico de Marcel Riesz ([5], page 31).

Sea $R_\alpha(u)$ el núcleo ultrahiperbólico definido en (8), S.E. Trione en ([4], página 9, fórmula (III.9) demuestra la validez de la propiedad

$$R_{-2k}(u) = \square^k \delta(x) \quad (15)$$

para μ impar y ν par (n impar) y $k = 0, 1, 2, \dots$ donde

$$\square^k = \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial x_\mu^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_{\mu+1}^2} - \dots - \frac{\partial^2}{\partial x_{\mu+\nu}^2} \right\}^k \quad (16)$$

es el operador ultrahiperbólico iterado k veces y $\delta(x) = \delta(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es la distribución delta de Dirac.

Los casos (μ par y ν impar), (μ par y ν par) y (μ impar y ν impar) han sido considerados en ([7]).

En particular se sabe de ([7], página 146, fórmula 2.53 y página 147, fórmula 2.57) que la fórmula (15) es válida para los casos (μ impar y ν par) (n impar) y (μ impar y ν impar) (n par).

En este artículo primeramente vamos a considerar la fórmula (15) para el caso especial μ par y ν par y luego le daremos un sentido al producto de convolución de $R_{-2k}(u) * R_{-2l}(u)$ para este caso, donde $R_\alpha(u)$ es el núcleo ultrahiperbólico definido en (8). Como consecuencia se obtiene una fórmula para $W_\alpha(u, m)$ en $\alpha = -2k, k = 0, 1, 2, \dots$ y se obtiene el producto de convolución $\{\square + m^2\}^k \delta\{x\} * \{\square + m^2\}^l \delta\{x\}$, donde $W_\alpha(u, m)$ es la familia de funciones distribucionales definida en (37).

Observemos que la constante definida en (form.9) usando la fórmula de duplicación de Legendre de $\Gamma(z)$ (ver fórmula (11)) se reduce a

$$K_n(\alpha) = H_n(\alpha) \chi(\mu, \alpha) \quad (17)$$

donde $H_n(\alpha)$ está definida en (14) y

$$\chi(\mu, \alpha) = \frac{\Gamma\left(\frac{1-\alpha}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{2+\alpha-\mu}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\mu-\alpha}{2}\right)} \quad (18)$$

luego la diferencia entre $K_n(\alpha)$ y $H_n(\alpha)$ es el factor $\chi(\mu, \alpha)$ definido en (18).

Ahora usando las fórmulas

$$\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \frac{\pi}{\operatorname{sen}(z\pi)} \quad (19)$$

y

$$\Gamma\left(z + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2} - z\right) = \pi \operatorname{sec}(z\pi) \quad (20)$$

De (18), se tiene

$$\chi(\mu, \alpha) = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\mu-\alpha}{2}\right)\pi}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\pi}. \quad (21)$$

Por tanto de (21), se tiene

$$\chi(\mu, \alpha) = (-1)^{\frac{\mu-1}{2}} \quad (22)$$

si μ es impar y

$$\chi(\mu, \alpha) = \frac{(-1)(-1)^{\frac{\mu}{2}} \operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\pi}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\pi} \quad (23)$$

si μ es par.

De (17) y considerando (22) y (23) se tiene

$$K_n(\alpha) = (-1)^{\frac{\mu-1}{2}} H_n(\alpha) \quad (24)$$

si μ es impar y

$$K_n(\alpha) = \frac{(-1)(-1)^{\frac{\mu}{2}} \operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\pi}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\pi} H_n(\alpha) \quad (25)$$

si μ es par.

Por otra parte, de [\[3\]](#), página 352), se tiene

$$\begin{aligned}
 \text{Residuo}_{\lambda=-\frac{n}{2}-k, k=0,1,\dots} P_+^\lambda &= \frac{(-1)^{\frac{n}{2}+k-1}}{\Gamma(\frac{n}{2}+k)} \delta_1^{(\frac{n}{2}+k-1)} + \\
 &+ \frac{(-1)^{\frac{\nu}{2}} \pi^{\frac{n}{2}}}{4^k k! \Gamma(\frac{n}{2}+k)} \square^k \{\delta(x)\}
 \end{aligned} \tag{26}$$

si μ y ν son ambos pares ([3], página 352). Donde

$$P_+^\lambda = \begin{cases} P^\lambda & \text{si } P \geq 0 \\ 0 & \text{si } P \leq 0 \end{cases} \tag{27}$$

([3], página 276), $P = P(x) = u(x)$ definida en (10) y \square^k está definido en (16). En (26) $\delta_1^{(l)}(P)$ se entiende en el sentido de la regularización de $\delta^{(l)}(P)$ ([2], page 249) si $l \geq \frac{n}{2} - 1$.

2. $R_{-2k}(u)$ (caso μ y ν par)

Considerando que $u^{\frac{\alpha-n}{2}}$ tiene polos simple en los puntos $\alpha = -2k, k = 0, 1, \dots$ ([3], página 260) y tomando en cuenta que $\Gamma(\frac{\alpha}{2})$ ([2], página, fórmula 8) tiene también polos simple en los mismos puntos, se tiene la siguiente fórmula,

$$\begin{aligned}
 R_{-2k} &= \lim_{\alpha \rightarrow -2k} R_\alpha(u) = \lim_{\alpha \rightarrow -2k} \frac{u^{\frac{\alpha-n}{2}}}{\Gamma(\frac{\alpha-n}{2}+1)} \\
 &= \lim_{\alpha \rightarrow -2k} \frac{1}{2^{a-1} \pi^{\frac{n-2}{2}} \Gamma(\frac{\alpha}{2}) \chi(\mu, \alpha)} = \lim_{\alpha \rightarrow -2k} \frac{u^{\frac{\alpha-n}{2}}}{\Gamma(\frac{\alpha-n}{2}+1)} \\
 &= \lim_{\alpha \rightarrow -2k} \frac{\Gamma(1-\frac{\alpha}{2}) \cos(\frac{\alpha}{2}) \pi}{2^{a-1} \pi^{\frac{n-2}{2}} \pi(-1)(-1)^{\frac{\mu}{2}}} = \frac{\text{Res}_{\alpha=-2k} u^{\frac{\alpha-n}{2}}}{\text{Res}_{\alpha=-2k} \Gamma(\frac{\alpha-n}{2}+1)} \\
 &= \lim_{\alpha \rightarrow -2k} \frac{\Gamma(1-\frac{\alpha}{2}) \cos(\frac{\alpha}{2}) \pi}{2^{a-1} \pi^{\frac{n-2}{2}} \pi(-1)(-1)^{\frac{\mu}{2}}} = \left[\frac{k!(-1)^k}{2^{-2k}(-1)(-1)^{\frac{\mu}{2}} \pi^{\frac{n}{2}}} \right] \\
 &= \left[\delta_1^{(\frac{n}{2}+k-1)}(P) + \frac{(-1)^{\frac{\nu}{2}} \pi^{\frac{n}{2}}}{4^k k! \Gamma(\frac{n}{2}+k)(-1)^{\frac{n}{2}+k-1}} \square^k \{\delta(x)\} \right].
 \end{aligned} \tag{28}$$

si μ y ν ambos son pares.

Ahora tomando en cuenta la siguiente fórmula

$$\delta^{(s)}(u) = \frac{(-2)(-1)^s(-1)^{\frac{\nu}{2}}\pi^{\frac{n}{2}}}{4^{s-\frac{n}{2}+1}(s-\frac{n}{2}+1)!}\square^{s-\frac{n}{2}+1}\{\delta(x)\} \quad (29)$$

si μ y ν son ambos pares y $s \geq \frac{n}{2} - 1$ ([8], página 261, fórmula 54), donde \square^k está definido en (16), se tiene la siguiente fórmula

Lema 1 La siguiente fórmula es válida

$$R_{-2k}(u) = (-1)\square^k\{\delta(x)\} \quad (30)$$

si μ y ν son ambos pares. Donde $R_\alpha(u)$ es el núcleo ultrahiperbólico definido en (8).

Demostración: la fórmula (30) es consecuencia de las fórmulas (28) y (29), donde \square^k está definido en (16).

Por otra parte, sabemos que la siguiente fórmula es válida,

$$R_{-2k}(u) = (-1)\square^k\{\delta(x)\} \quad (31)$$

si μ y ν son ambos μ s impares ([7], página 147, fórmula (2.57)). Por tanto de (30) y (31) se tiene la siguiente fórmula

$$R_{-2k}(u) = (-1)\square^k\{\delta(x)\} \quad (32)$$

si n es par.

Ahora de (32) y considerando la fórmula (15), se obtiene la siguiente fórmula

$$R_{-2k}(u) = (-1)^{n+1}\square^k\{\delta(x)\} \quad (33)$$

bajo las condiciones:

$$a) n \geq 2$$

$$y$$

$$b) 0 \leq k.$$

3. El producto de convolución de $R_{-2k}(u) * R_{-2l}(u)$

Sabemos que la siguiente propiedad es válida

$$R_{-2k}(u) * R_{-2l}(u) = R_{-2(k+l)}(u) \tag{34}$$

si n es impar ([12], página 123, fórmula (I,2,6)). Usando el producto de convolución

$$\square^t \{\delta(x)\} * \square^s \{\delta(x)\} = \square^{t+s} \{\delta(x)\} \tag{35}$$

si n es par y t, s son enteros no negativos ([9], página 346, fórmula (5.3)), se tiene la siguiente fórmula:

Lema 2 *La siguiente fórmula es válida*

$$R_{-2k}(u) * R_{-2l}(u) = (-1)^{n+1} R_{-2(k+l)}(u) \tag{36}$$

donde el símbolo $*$ significa convolución.

Demostración: *La fórmula (36) es consecuencia de las fórmulas (33), (34) y (35).*

4. $W_{-2k}(u, m)$

Consideremos la familia de funciones R introducidas por S.E. Trione ([6])

$$W_\alpha(u, m) = \begin{cases} (m^{-2}u)^{\frac{\alpha-n}{2}} J_{\frac{\alpha-n}{2}}((m^2u)^{\frac{1}{2}}) & \text{if } t \in \Gamma_+ \\ 0 & \text{if } t \notin \Gamma_+ \end{cases} \tag{37}$$

donde u está definida en (10), α es un parámetro complejo, m es un número real no negativo, n es la dimensión del espacio y $J_\gamma(z)$ designa la función de Bessel de primera clase definida por la fórmula:

$$J_\gamma(z) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p \left(\frac{z}{2}\right)^{\gamma+2p}}{p! \Gamma(\gamma + p + 1)}. \tag{38}$$

$W_\alpha(u, m)$ la cual es una función ordinaria si $\text{Re}(\alpha) \geq n$, es una distribución de α .

Escribimos por definición

$$\{\square + m^2\}^k = \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial x_\mu^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_{\mu+1}^2} - \dots - \frac{\partial^2}{\partial x_{\mu+\nu}^2} + m^2 \right\}^k \quad (39)$$

donde $\mu + \nu = n$ es la dimensión del espacio y m un número real, $\{\square + m^2\}^k$ es el operador n -dimensional ultrahiperbólico de Klein Gordon iterado k veces.

De (16) se tiene la siguiente fórmula:

$$W_\alpha(u, m) = \sum_{p=0}^{\infty} \binom{-\frac{\alpha}{2}}{p} (m^2)^p R_{\alpha+2p}(u) \quad (40)$$

donde $R_\lambda(u)$ es la familia de funciones distribucionales introducida por Nozaki (11, página 72) definida por la fórmula (9) y

$$\binom{-\frac{\alpha}{2}}{p} = \frac{\Gamma(1 - \frac{\alpha}{2})}{p! \Gamma(1 - \frac{\alpha}{2} - p)}. \quad (41)$$

Haciendo $\alpha = -2k, k = 0, 1, \dots$ en (41) y usando (19) se tiene

$$\binom{-\frac{\alpha}{2}}{p} = \begin{cases} \binom{k}{p} & \text{if } 0 \leq p \leq k \\ 0 & \text{if } p > k. \end{cases} \quad (42)$$

De (40), usando (33) y (42) se tiene,

$$W_{-2k}(u, m) = \sum_{p=0}^k \binom{k}{p} (m^2)^p R_{-2(k-p)}(u) = \sum_{p=0}^k \binom{k}{p} (m^2)^p \square^{k-p} \{\delta(x)\}. \quad (43)$$

Por otra parte, considerando la fórmula

$$\{\square + m^2\}^{-\frac{\alpha}{2}} = \sum_{p=0}^{\infty} \binom{-\frac{\alpha}{2}}{p} (m^2)^p \square^{-\frac{\alpha}{2}-p} \quad (44)$$

dada por S.E. Trione in (16) y tomando en cuenta la propiedad (42) se tiene

$$\{\square + m^2\}^k \{\delta(x)\} = \sum_{p=0}^k \binom{k}{p} (m^2)^p \square^{k-p} \{\delta(x)\}. \quad (45)$$

De (40), (43) y (45) se tiene la siguiente fórmula

$$W_{-2k}(u, m) = (-1)^{n+1} \{\square + m^2\}^k \{\delta(x)\} \quad (46)$$

donde n es la dimensión del espacio.

La fórmula

$$W_{-2k}(u, m) = \{\square + m^2\}^k \{\delta(x)\} \quad (47)$$

fue probada por S.E. Trione en ([6]).

Podemos observar que las fórmulas (46) y (47) son iguales para el caso n impar.

Usando las fórmulas (46), (44) y (36) y tomando en cuenta la fórmula

$$\left(\sum_{s=0}^t \binom{k}{s} \binom{l}{t-s} \right) = \binom{k+l}{t} \quad (48)$$

se tiene

$$\begin{aligned} & (-1)^{n+1} \{\square + m^2\}^k \{\delta(x)\} * (-1)^{n+1} \{\square + m^2\}^l \{\delta(x)\} = \\ & = W_{-2k}(u, m) * W_{-2l}(u, m) = \\ & = \sum_{p=0}^{\infty} \binom{k}{p} (m^2)^p R_{-2(k-p)}(u) * \sum_{j=0}^{\infty} \binom{l}{j} (m^2)^j R_{-2(l-j)}(u) = \\ & = \sum_{t=0}^{\infty} \left(\sum_{s=0}^t \binom{k}{s} \binom{l}{t-s} \right) (m^2)^t [R_{-2(k-p)}(u) * R_{-2(l-j)}(u)] = \\ & \sum_{t=0}^{\infty} \binom{k+l}{t} (m^2)^t (-1)^{n+1} R_{-2(k+l-t)}(u) = \\ & = (-1)^{n+1} W_{-2(k+l)}(u, m) = \{\square + m^2\}^{k+l} \{\delta(x)\}. \end{aligned} \quad (49)$$

De (49) se tiene la siguiente fórmula:

Lema 3 La siguiente fórmula es válida

$$\{\square + m^2\}^k \delta(x) * \{\square + m^2\}^l \{\delta(x)\} = (-1)^{n+1} \{\square + m^2\}^{k+l} \{\delta(x)\}. \quad (50)$$

donde n es la dimensión del espacio.

Demostración: La fórmula (50) es consecuencia de la fórmula (49).

La fórmula (50) es una generalización de la fórmula

$$\{\square\}^k \delta(x) * \{\square\}^l \{\delta(x)\} = \{\square\}^{k+l} \{\delta(x)\}. \quad (51)$$

la cual aparece en ([9], página 346, fórmula (5.3)).

4. Referencia

- [1] Y. Nozaki, On Riemann-Liouville integral of ultrahyperbolic type, Kodai Mathematical Seminar Reports, 6 (2):69-87(1964).
- [2] A. Erdelyi, Ed. Higher Transcendental Functions, Vol.I and II, McGraw-Hill, New York, 1953.
- [3] I.M.Gelfand and G.E.Shilov., Generalized Functions, Vol.I, Academic Press, New York, 1964.
- [4] Trione S.E., On Marcel Riesz'Ultrahyperbolic Kernel, preprint 116,Trabajos de Matemática, Instituto Argentina de Matemática-CONICET,1987.
- [5] Riesz M., L ´integrable de Riemann-Liouville et le problème de Cauchy, Acta Math. 81,1-223,1949.
- [6] Trione S.E., On the elementary retarded, ultrahyperbolic solution of the Klein-Gordon operator, iterated k-times, Studies in Applied Mathematics, Massachusetts Institute of Thecnology,Cambridge,Massachuesetts,U.S.A., 79,pp.121-141,1988.
- [7] Aguirre M. A., The Distributional Hankel Transform of Marcel Riesz's Ultrahyperbolic Kernel,Studies in Applied Mathematics 93:133-162,1994
- [8] Aguirre M. A., Proportionality of k-th derivative of Dirac delta in the hypercone, Mathematica Balkanica, New Series Vol.14, 2000, Fasc.3-4.
- [9] Aguirre M. A., The distribution $\delta^{(k)}(P \pm io - m^2)$, Journal of Computational and Applied Mathematics, 88 (1977), 339-348.
- [10] Aguirre M. A., The convolution product of $W_\alpha(u, m) * W_\beta(u, m)$, Mathematicae Notae, Vol.38, 1995/96, Rosario, República Argentina.
- [11] Aguirre M. A., New formulae about the residue of distributions P_\pm^γ (Nuevas fórmulas acerca del residuo de la distribución P_\pm^γ , NEXO (Revista Científica) vol.20,No. 01.pp.35-45,2007.
- [12] Aguirre M. A.and Trione S.E.,The distributional convolution products of Marcel Riesz ´ultra-hyperbolic kernel, Revista de la Unión Matemática Argentina, Volumen 39, 1995.



Manuel A. Aguirre, Profesor y Decano
 Facultad de Ciencias Exactas
 Universidad Nacional del Centro de la Prov. de Buenos Aires
 Paraje Arroyo Seco, 7000-Tandil
 Provincia de Buenos Aires, Argentina
 Tel.: +54 2293 439657
 E-mail: maguirre@exa.unicen.edu.ar