

# Secuenciamiento óptimo del proceso de cristalización de una azucarera

**MSc. José Adilio Aguirre Jarquín**

Docente investigador  
UNAN-MANAGUA, FAREM-CARAZO  
jarquin3005@gmail.com

**Dr. César de Prada / Dr. Gloria Gutiérrez**

Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática  
Universidad de Valladolid, España  
prada@autom.uva.es / gloria@autom.uva.es

---

**Palabras Clave:** *Procesos Batch; Secuenciamiento; Optimización MINLP; cuarto de azúcar; Brix; pureza*

## RESUMEN

En los últimos 20 años ha habido un avance significativo en el área de la planificación de la producción a corto plazo de procesos por lotes [1], que en conjunto con la secuenciación de tareas han sido herramientas útiles en la toma de decisiones para maximizar un beneficio o minimizar costos. En este proyecto se desarrolla el secuenciamiento óptimo de las tachas de primera, segunda y de tercera del cuarto de cristalización de una industria azucarera típica. Se busca maximizar una función de costo que relaciona la máxima cantidad de licor a procesar para obtener la máxima cantidad de azúcar sujeto a una serie de restricciones, valores de Brix, de pureza, y así garantizar el aprovechamiento óptimo de los equipos dentro de los intervalos de tiempo. El modelo matemático resultante es de tipo MINLP, mixto porque intervienen variables binarias que asignan y deciden en qué momento una tacha está en arranque, cocción o descarga y por las no linealidades en las ecuaciones. Se usa GAMS para su resolución.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los procesos discontinuos batch o semibatch, según la definición del estándar ISA-S88 (1995), son aquellos procesos que conducen a la producción de cantidades finitas de producto a partir de una cantidad de materiales de entrada. Estos materiales de entrada pasan por un conjunto de actividades de procesamiento en un período de tiempo finito utilizando para ello una o más parte del equipamiento. La diferencia entre proceso batch o semibatch está en función de si se mantiene a lo largo del lote, la entrada de producto. En el caso semibatch hay alimentación de entrada durante el lote y en el batch no, [2].

El procesamiento discontinuo o batch es el modo de operación más antiguo que conoce la industria de procesos.

Parece sorprendente encontrar hoy que una alta proporción del volumen de producción de sustancias químicas (y una proporción aún mayor si se analiza la participación económica) se realiza en plantas batch. Además, no hay evidencias de que esta tendencia decline (Parakrama, 1985, Rippin, 1993). [3]

Años atrás la fabricación continua resultaba prometedora, en la actualidad la fabricación por lotes está tomando mayor importancia, debido a la aparición de productos con alto valor añadido que se fabrican en cantidades pequeñas, mayor incertidumbre de los mercados a la demanda de los productos tradicionales, y a la necesidad de constar con sistemas de producción flexibles, plantas capaces de producir diversos productos, con especificaciones diferentes para clientes diferentes.

El proceso de cristalización de las tachas en un cuarto de azúcar es discontinuo, semibatch de un solo producto (mono producto), aunque se obtienen diferentes productos en diferentes etapas, el fin de la azucarera es producir azúcar de primera o azúcar comercial con buena calidad, cristales de tamaño uniforme con alto valor económico. Para lograr este fin es necesario programar las diferentes secuencias de las tachas en cada una de las etapas para procesar la mayor cantidad de licor estándar que es la materia prima, sujeto a los recursos disponibles en la planta.

En este trabajo se formula y resuelve el problema de secuenciamiento óptimo del cuarto de cristalización de una azucarera concretamente de las tachas, malaxadores y centrifugas, utilizando métodos de programación matemática para resolver el modelo que describe el problema. En el primer apartado se introduce el caso de estudio, en el segundo se define la planificación de la producción y el secuenciamiento por lotes, el proceso del azúcar se detalla en el tercero, en el cuarto se describe el modelo matemático de la azucarera y se resuelve, se explican los resultados en el quinto, y en el último se dan las conclusiones.

## **2. PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN Y SECUENCIACION POR LOTES**

El problema de secuenciación de tareas (traducción anglosajona de scheduling, también se utiliza la expresión programación de operaciones) puede considerarse como complementario al problema de diseño: los equipos y sus capacidades están fijados y se trata de determinar el orden con que los diversos lotes de los diferentes productos utilizarán los recursos de la planta, así como los intervalos de tiempo en los cuales ocurrirá dicha utilización de manera que se optimice cierta función de rendimiento o coste.

La secuenciación de tareas se requiere siempre que se trate de producir productos múltiples que comparten el tiempo de producción. El problema queda definido por la estructura de la red productiva, los tiempos de proceso que requiere cada producto en cada operación, la presencia o ausencia de almacenaje intermedio, el coste asociado a cambios de productos, tiempos de limpieza y otros costos de penalización, así como también las fechas de entregas asignadas a cada producto.

El problema de secuenciamiento de tareas (lotes) responde a corto plazo a: unidades que se requieren para que productos, orden en que se deben de producir diversos productos y cuando se debe procesar cada etapa, pero excluye factores importantes de producción como son: suministros de materia prima e inventarios, inventarios de productos intermedios y finales, tiempo de lanzamiento de la producción, ignora limitación en recursos como disponibilidad de mano de obra, niveles de stock y pérdidas de producción, así como la previsión en la ejecución de la

secuenciación de tareas a fin de obtener un plan de producción óptimo.

Estos problemas pueden resolverse mediante programación matemática por lo que los modelos que suelen describirlos constan de varios elementos como; los recursos compartidos dentro de estos están el tiempo y los equipos, las tareas que se encarga de la fabricación de los productos en los equipos disponibles en cantidades especificadas por la demanda para fechas de entregas específicas, los criterios de rendimiento que son determinados por la optimización de una función objetivo, y por la restricciones las más comunes son el tiempo que tarde en procesar una tarea en un equipo  $T_{ij}$ , el orden de fabricación de los productos, utilidades, mano de obra, políticas de almacenamiento y capacidad de los equipos, [4]

### 3. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE PRODUCCIÓN DE AZÚCAR

Consta de 2 fases bien definidas: En la primera se obtiene el licor en la segunda el azúcar.

#### 3.1. Cuarto de Remolacha

**Recepción:** La remolacha llega descoronadas en vehículos, es pesada y se toman muestras para determinar el nivel de impurezas y contenido de azúcar.

**Almacenamiento:** Los vehículos vuelcan la carga a las tolvas de descarga, por cintas transportadoras son llevadas a los silos de almacenamiento donde se le insufla aire ambiente para su conservación.

**Trasporte:** va desde los silos hasta la fábrica, se realiza por arrastre con agua a lo largo de un canal provisto de equipos de separación de piedras.

**Lavado:** Se realizan en lavaderos, existen diferentes tecnologías (tamices vibrantes, tambor giratorio) el agua utilizada es tratada y reutilizada. La tara de tierra en las remolachas a la entrada es de 3% y a la salida del 0.5%. Ver la figura 1.

**Troceado de la remolacha:** una vez lavadas pasan a la tolva de alimentación de corta raíces con el objeto de trocearlas en tiras denominadas cosetas de sección triangular y de un espesor de 2 a 3 mm.

**Difusión:** Es la extracción del azúcar de la remolacha, mediante la acción de agua caliente en contracorriente, en difusores continuos en cuyo interior avanza la cosetas en tornillos sin fin inclinados. Al extremo opuesto del difusor se descarga las cosetas agotada denominada pulpa esta pasa por una prensa luego al secadero para obtener pulpa seca. Aquí se obtiene el jugo con unos 16° Brix y una pureza del 85%.

**Prensado, secado y granulado de la pulpa:** El prensado se hace para recuperar el agua caliente con alto contenido de azúcar que contiene la pulpa que sale del difusor, esta agua retorna al proceso de difusión y la pulpa pasa al proceso de secado.

**Evaporación:** Su objetivo es incrementar la materia seca de 15 °Brix a 60 o 70 °Brix evaporando agua del jugo, esto se hace en un sistema multiefecto en varios evaporadores, donde 1kg de vapor elimina 4 kg de agua contenida en el jugo, el jugo saliente de la evaporación recibe el nombre de jarabe con un 65° Brix y una pureza del 91 – 93%. [7], [8].

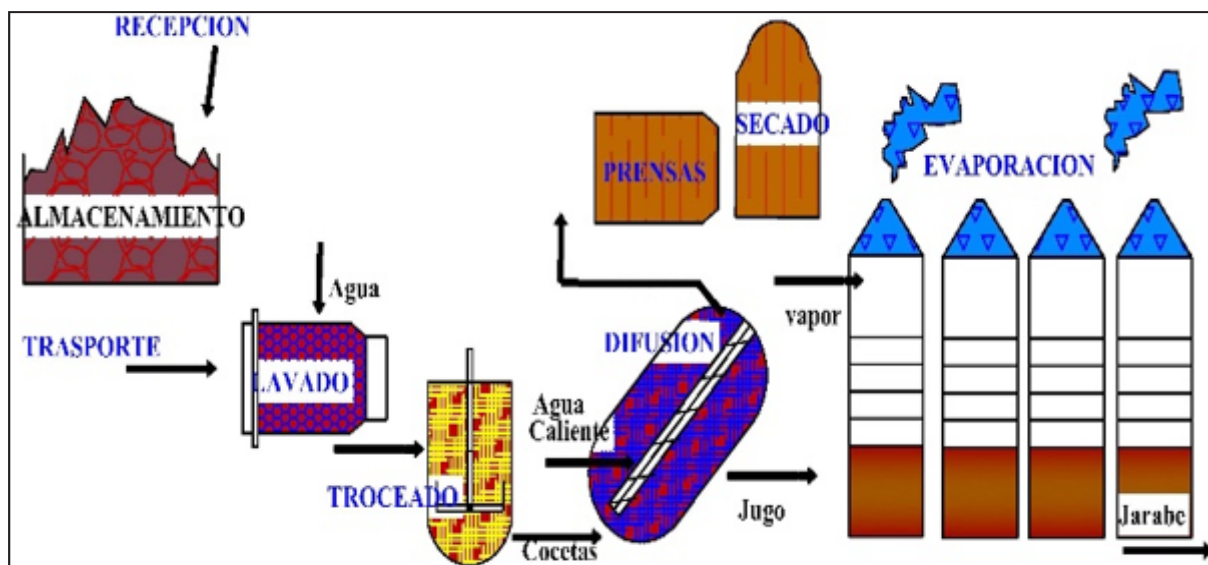


Figura 1: Cuarto de remolacha.

### 3.2. Cuarto de Azúcar

La cristalización se lleva a cabo en el cuarto de azúcar y se compone de; Tachas de 1ra, 2da, 3era, los malaxadores, las centrífugas, la refundidora, los depósitos y las conducciones necesarias las etapas son:

**1ra Cristalización (Tachas 1ra):** Se realiza en las tachas discontinuas semi batch mediante el proceso de cocción donde se concentra el jarabe hasta conseguir una solución saturada controlada, en este punto se siembran unos cristales de azúcar de aproximadamente 5 micras y que deberá acrecer hasta 500 micras, y el jarabe pasa a llamarse masa cocida y la solución miel madre.

**Malaxadores:** La masa cocida se descarga en los malaxadores y la cristalización continúa por enfriamiento. Los malaxadores por medio de unos agitadores mantiene la homogeneidad de la masa cocida (Slurry), estos son depósitos “Buffer” que almacenan provisionalmente.

**Centrifugación del 1er producto:** Este proceso ocurre en centrífugas continuas, la cual separa los cristales de la solución (miel madre que los envuelve), por fuerzas de centrifugado esta operación se realiza en 2 etapas: En la primera etapa se obtiene miel pobre que es el líquido que sale de la centrifuga por las fuerzas centrípetas , en la segunda los cristales son sometido a un proceso de lavado con agua caliente o vapor a presión este líquido del beneficiado se le denomina miel rica que retorna a la 1era cristalización, lo restante es el azúcar comercial con pureza 99.99% y °Brix 1.00%

**Secado y acondicionamiento del azúcar:** El azúcar de la primera cristalización se le llama azúcar blanquilla, este se somete a un proceso de secado, enfriamiento y posterior cribado para su acondicionamiento antes de almacenarlo en el silo de azúcar para su posterior empaquetado y comercialización.

**2da cristalización (Tachas 2da):** Es un proceso continuo o discontinuo y las tachas se alimentan con la mezcla de miel pobre de primera y miel rica de segunda, el producto final

es la masa cocida de segunda que se descarga a los malaxadores de segunda.

**Centrifugación del 2do producto.** Por el proceso de centrifugado se obtiene el azúcar, miel rica y miel pobre de segunda que se envía directamente a la 3er cristalización.

**3era cristalización (Tachas de 3era).** Se alimentan con miel pobre de segunda y la miel rica de tercera. En estas tachas se obtienen la masa cocida de tercera, cuya cristalización prosigue en los malaxadores horizontales y verticales para conseguir mediante enfriamiento un mejor agotamiento de la masa.

**Centrifugado del 3er producto:** El centrifugado de la masa cocida de 3era da lugar a azúcar de 3era con pureza de 94.1% y °Brix 97.83, miel rica de 3ra con pureza de 0.84% y ° Brix 0.67 que retorna a la 3er cristalización y a una solución no cristalizable conocida como melaza que tiene 80 °Brix y pureza del 58 al 60%, [8], [9], [10].

En la figura 2, se detallan los equipos y líneas de proceso de nuestro caso de estudio, tres tachas paralelas de primera, dos tachas paralelas de segunda y de tercera.

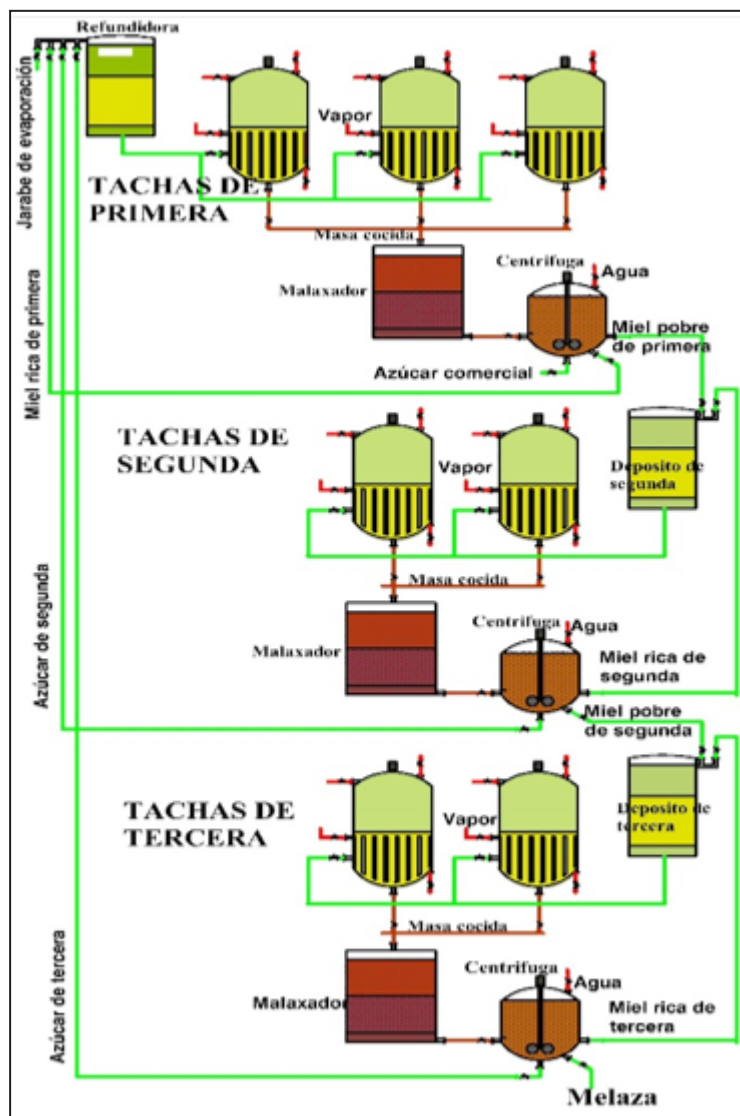


Figura 2: Cuarto de azúcar.

#### 4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La refundidora y los dos depósitos de jarabe, son almacenamientos limitados, están sujetos a una restricción de capacidad y a límites de operación inferior y superior, lo que se exige que los depósitos no deben quedarse vacíos, pero tampoco deben de rebalsarse. Este equilibrio se debe de lograr a través del arranque de las tachas y de la regulación de jarabe de entrada que están recibiendo los depósitos. Otro aspecto importante son los valores de pureza y de Brix, se sabe que si entran dos o más flujos volumétricos a un depósito con diferentes Brix y pureza, el caudal de salida tendrá Brix y pureza directamente proporcional al balance de los flujos de entrada.

Las tachas siguen un almacenamiento limitado y son equipos sin almacenamiento en etapa, al momento que termina la etapa de cocción la tacha se debe descargar. Una vez que las tachas se cargan y ha alcanzado el punto de saturación la masa cocida, es necesario mantener un flujo constante de licor para que continúe la cristalización. En esta etapa es importante mantener los niveles de los depósitos de jarabe y de los malaxadores, no se puede arrancar todas las tachas al mismo tiempo porque se quedaría vacía la refundidora o viceversa, o descargarlas todas al mismo tiempo porque se rebalsaría el malaxador o lo contrario. Por lo que deben de existir ciertas restricciones de arranque, carga y descarga para las tachas. La cantidad de vapor que se necesita en la tacha para llevar el licor al punto de saturación (mayor grados Brix), está en relación al Brix de entrada, a mayor Brix en el licor que entra a la tacha menor vapor se necesitara, en la etapa de cocción la pureza disminuye levemente esto ocurre por la concentración de ciertas impurezas. Y por último garantizar el balance de materia, todo lo que entra de licor debe ser igual a; el agua que sale en forma de vapor y a la masa cocida que se descarga, donde el azúcar que esta contiene debe ser igual al azúcar que inicialmente entró en el licor.

Los tres malaxadores son depósitos buffer, por lo que se puede decir que es un almacenamiento limitado en etapa, su dinámica depende de las descargas de las tachas, estos no pueden estar vacíos, ni se pueden rebalsar, para ello se debe declarar límites de capacidad y operación.

Las tres centrifugas, son de tipo continuas, lo que entra es igual a lo que sale, se deben de garantizar los balances en los caudales de azúcar, miel pobre y rica para mantener los valores de Brix y pureza. Constantemente reciben masa cocida de los malaxadores y vapor de agua para la limpieza de los cristales.

Para resolver los aspectos del problema de secuenciación antes mencionados se deben definir restricciones, ecuaciones y aplicar los conceptos de STN en tiempo discreto, y optimización MINLP.

##### 4.1. Secuencia del Proceso

La refundidora continuamente está recibiendo jarabe de evaporación, miel rica de primera, azúcar de segunda y azúcar de tercera. Se encarga de alimentar las tachas de primera durante todo el proceso de cocción, las tachas se arrancan en función del volumen del depósito. Cuando finaliza la cocción, la tacha se descarga al malaxador, este mantiene temporalmente la masa cocida y envía continuamente un flujo a las centrifugas continuas de primera, la centrifuga separa la miel rica que retorna al depósito intermedio, el azúcar comercial que se vende y la miel pobre que es enviada al depósito de las tachas de segunda, en este depósito se mezcla con la miel rica de segunda, para obtener el licor que alimenta las tachas de segunda y así obtener la masa cocida de segunda, el secuenciamiento en esta etapa es más lento y depende del volumen del depósito de segunda. El

malaxador recibe la masa cocida de las descargas de las tachas de segunda y para mantener los límites de capacidad envía un flujo constante de producto a las centrifugas continuas de segunda. De las centrifugas se obtiene miel rica de segunda que retorna al depósito de segunda, azúcar de segunda que retorna al depósito intermedio de las tachas de primera y miel pobre de segunda que es enviada a las tachas de tercera. El depósito de tercera recibe la miel pobre de segunda y la miel rica de tercera y supe licor a las tachas de tercera, para obtener la masa cocida de tercera, la secuencia en esta etapa es la más lenta de todas, sin embargo el arranque es necesario para que el depósito no se rebalse. La masa cocida de tercera es descargada al malaxador que a la vez está enviando producto a las centrifugas para no desbordarse. La centrifuga de tercera separa la miel rica de tercera que retorna al depósito de tercera, azúcar de tercera que es enviado al depósito intermedio y la melaza que contiene todas las impurezas y azúcares imposibles de aprovechar usando este método de cristalización, Figura 2.

Para representar la secuencia de las tachas se usa el diagrama de Gantt:

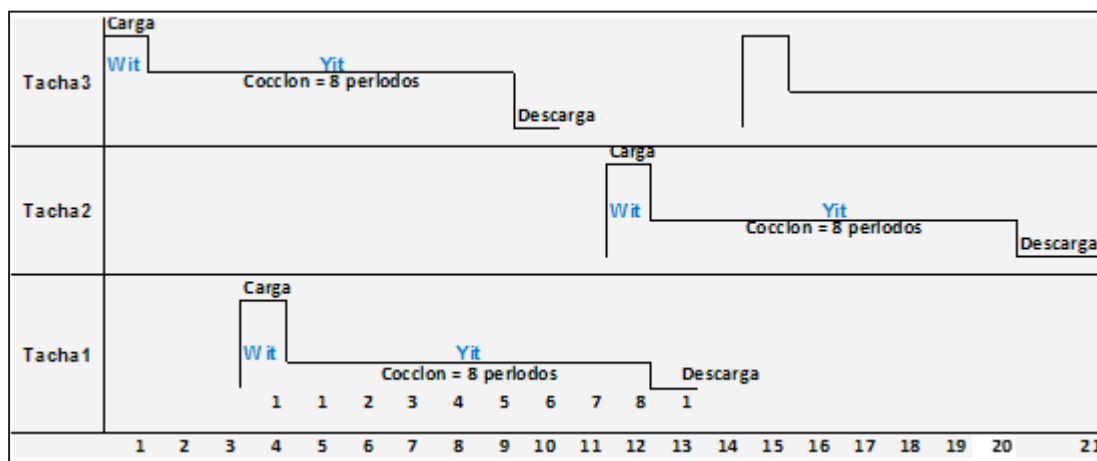


Figura 3: Diagrama de Gantt para un secuenciamiento.

EL tiempo de carga en la tachas es de 15 minutos (1 periodo), 120 minutos el tiempo de cocción o proceso (8 periodos) y 15 minutos para la descarga (1 periodo). Si una tacha está en carga no puede estar en cocción y si esta en cocción no está en carga, para el secuenciamiento se definen variables binarias para definir la carga y la descarga. Ver figura 3.

## 5. FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Se plante el modelo matemático y se resuelve usando MINLP, [5], [6].

### 5.1. Nomenclatura

Tabla 1: Principales variables del problema.

| VARIABLES BINARIAS |   |
|--------------------|---|
| $i$                | Conjunto de tachas (Tacha 1, 2, 3)          |
| $t$                | Conjunto de periodos (1t ... 50t)           |
| $u$                | Conjunto de tachas (Tacha 1, 2, 3), "Alias" |
| $p$                | Conjunto de periodos (1t ... 50t), "Alias"  |

|                  |   |
|------------------|---|
| $Tp_i$           | Periodos de proceso (8t) de las tachas i, donde 1 periodo es igual a 15 minutos |
| $W_{it}, W_{ip}$ | 1 si la tacha i está carga, en el periodo t, 0 no lo está                       |
| $Y_{it}, Y_{ip}$ | 1 si la tacha i está cocción, en el periodo t, 0 no lo está                     |
| $Fe$             | Caudal de entrada de jarabe   |
| $VD_t$           | Volumen en la refundidora en cada periodo t                                     |
| $Qcarga_{it}$    | Caudal de carga a las tachas i en el período t                                  |
| $Qdesc_{it}$     | Caudal de descarga de las tachas i en el período t                              |
| $VT_{it}$        | Volumen de la tacha en cada período t   |
| $QM$             | Caudal de descarga del malaxador  |
| $QCAzu$          | Caudal de azúcar comercial.   |

## 5.2. Ecuaciones y Restricciones

### 5.2.1. Definición de la función objetivo

Se maximiza el beneficio que está determinado por la producción del azúcar comercial, azúcar de segunda, tercera, la melaza y de la cantidad que se procesa de jarabe proveniente de la etapa de evaporación, menos el costo de operación de las tachas que básicamente el costo de operarlas está determinado por la cantidad de vapor que usan en cada secuencia y del costo de operación de las centrifugas, donde en cada periodo hay un costo de operación, así que en las tres tachas suman 150 periodos de trabajo, y se define:

$$\begin{aligned}
 &Max \sum_p QCazu * QCAzuVal + \\
 &\quad \sum_p S\_QCazu * S\_QCAzuVal + \\
 &\quad \sum_p T\_QCazu * T\_QCAzuVal + \\
 &\quad \sum_p T\_QCme * T\_QCmeVal + \sum_p Fe * FeVal \\
 &\quad -150 * CosCen - Vaporusado * CosVap \\
 &\quad -S\_Vaporusado * CosVap \\
 &\quad -T\_Vaporusado * CosVap \tag{1}
 \end{aligned}$$

Sujeto a las siguientes restricciones.



5.2.2. Asignación y arranque de las tachas.

Dentro de un intervalo de 9 períodos solo se puede arrancar una tacha (2).

$$\sum_p W_{ip} \leq 1, p \geq (\max(1, t - Tp_i - 1)), p \leq t$$

$$, \forall i, t \in p \quad (2)$$

Si se ha arrancado una tacha en un periodo t, estará en cocción 8 periodos de procesos ( $TP_i$ ) después.

$$\sum_p Y_{ip} \geq \min [(Tp_i, 50-t) * W_{it}], p \geq (t+1) t$$

$$, p \leq t, \quad \forall i, t \in p \quad (3)$$

5.2.3. Restricciones para la secuencia de las tareas

Una tacha no puede estar en carga y en cocción al mismo tiempo.

$$Y_{it} \leq 1 - W_{it}, \quad \forall i, \quad (4)$$

Si se carga una tacha en el instante de tiempo t, entonces en el tiempo anterior no está en cocción.

$$Y_{it-1} \leq 1 - W_{it}, \quad t \geq 2, \quad \forall i, t \quad (5)$$

Si carga una tacha en un periodo de tiempo t, cuando termine la etapa de cocción estará en descarga.

$$Y(i, t + (Tpi + 1)) \leq 1 - W_{it}$$

$$, t \leq (50 - Tp_i), \forall i, t \quad (6)$$

5.2.4. Restricciones para la cocción.

Para garantizar que los periodos de cocción se cumplan por completo en cada secuencia, se debe definir que si la tacha está en cocción en un periodo cualquiera debió haber arrancado como máximo  $Tp$  periodos antes.

$$\sum_p W_{ip} \geq Y_{it}, \quad p \geq (\max(1, t - Tp_i))$$

$$, \quad p \leq t, \quad i, t \in p, \quad (7)$$

Se definen los caudales para el proceso de cristalización, si está en arranque es el caudal  $Qc1$  de 320 kg/periodo y si esta en cocción es el caudal  $Qc2$  de 60 kg/periodo, y se asignan a la secuencia por medio de las variables binarias.

$$Qc1 * W_{it} + Qc2 * Y_{it} \leq Qcarga_{it}, \forall i, t \quad (8)$$

$$Qcarga_{it} \leq Qc1 * W_{it} + Qc2 * Y_{it}, \forall i, t \quad (9)$$

5.2.5. Restricciones para la descarga.

La descarga se realiza pasado el tiempo de cocción. (Figura 3),

$$Qd * W_{it} \leq Qdesc (i, t + Tp_i + 1) , t \leq (50 - Tp_i - 1), \forall i, t \quad (10)$$

$$Qdesc (i, t + Tp_i + 1) \leq Qd * W_{it} , t \leq (50 - Tp_i - 1), \forall i, t \quad (11)$$

Si la tacha carga en el periodo 1 (carga inicial), solo se puede descargar hasta el periodo 9, (Figura 3).

$$Qdesc_{it} = 0 , t \leq 9, \forall i, t \quad (12)$$

5.2.6. Restricciones para la refundidora

Se muestra en la ecuación (13) el balance de materia y de las ecuación (14) - (15) las restricciones de capacidad.

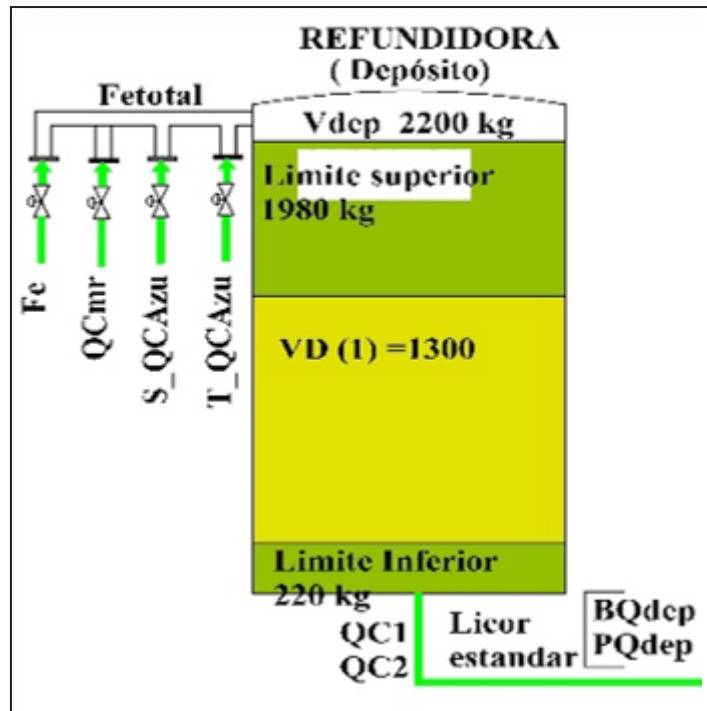


Figura 4: Variables en la refundidora.

$$VD_t = VD_{t-1} + Fe + QCmr + S\_QcAzu + T\_QcAzu - \sum_u Qcarga_{ut} , t \geq 2, \forall t \quad (13)$$

$$0.1 * Vdep \leq VD_t , \forall t \quad (14)$$

$$0.9 * Vdep \geq VD_t , \forall t \quad (15)$$

$$VD_1 = 1300 \quad (16)$$

5.2.7. Balances a Brix y Pureza

$$FeTotal = Fe + QCmr + S\_QCAzu + T\_QCAzu \quad (17)$$

$$BQdepos =$$

$$\frac{Fe * BFe + QCmr * BCmr + S\_QCAzu * S\_BCAzu + T\_QCAzu * T\_BCAzu}{FeTotal} \quad (18)$$

$$PQdepos =$$

$$\frac{Fe * PFe + QCmr * PCmr + S\_QCAzu * S\_PCAzu + T\_QCAzu * T\_PCAzu}{FeTotal} \quad (19)$$

5.2.8. Balance de materia para las tachas

El contenido de azúcar que entra en las tachas es conocido por la multiplicación del flujo de entrada multiplicado por su °Brix y pureza (20), lo que no es azúcar es agua más otras sustancias en el licor de entrada (21), lo que entra de azúcar a la tacha es lo que debe de salir al momento de su descarga (22), igual con lo que no es azúcar, agua más impurezas (23)

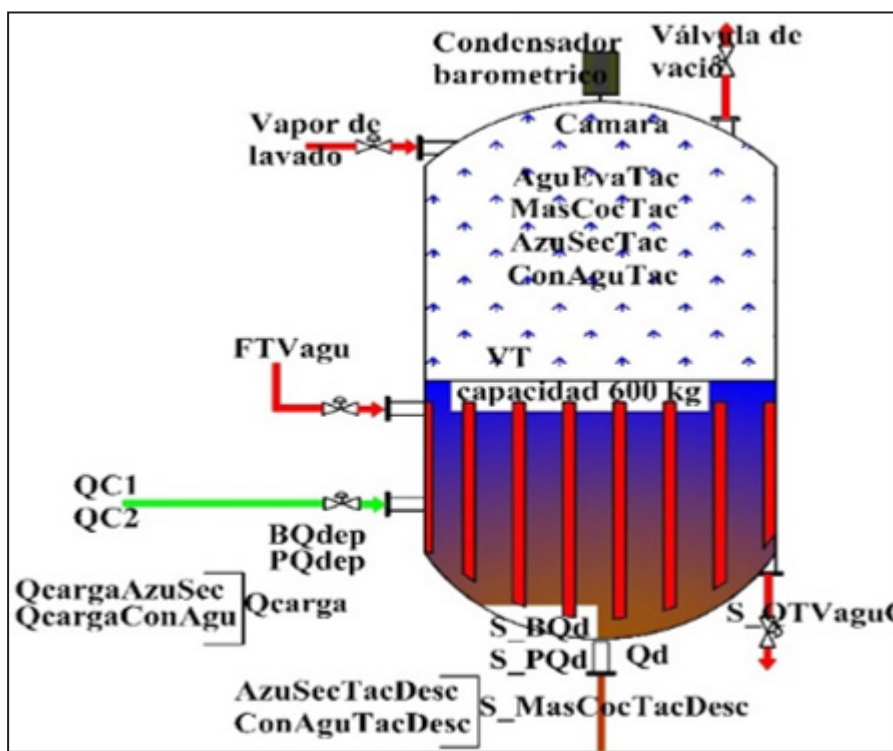


Figura 5: Variables en las tachas

$$QcargaAzuSec_{it} = Qcarga_{it} * BQdep * PQdep, \forall i, t \quad (20)$$

$$QcargaConAgu_{it} = Qcarga_{it} - QcargaAzuSec_{it}, \forall i, t \quad (21)$$

$$BQdep * PQdep * Qd * W_{it} = QdescAzuSec(i, t + Tp_i + 1), t \leq (50 - Tp_i - 1), \forall i, t \quad (22)$$

$$(1 - (BQdep * PQdep)) * Qd * W_{it} = QdesConAgu(i, t + Tpi + 1),$$

$$t \leq (50 - Tpi - 1), \quad \forall i, t \quad (23)$$

Para calcular el vapor se aplica ecuación de Antoine donde  $Hc$  el calor de cambio de estado (25) y  $Hv$  es la entalpia del vapor (26), con este valor se calcula la constante de evaporación que determina cuanto vapor se necesita para evaporar 1kg de agua (24). Se determina cuanto vapor se necesita en cada periodo (27) y el total usado (28)-(29), y la consecuente salida del agua condensada (30).

$$Ctevap = \frac{Hv}{Hc} \quad (24)$$

Donde:

$$Hc = 5.9893 \times 10^2 + Tsat \{ -6.19 \times 10^{-1} + Tsat [ 6.82 \times 10^{-4} + Tsat * (-4.86 \times 10^{-6}) ] \} * 4.184 \quad (25)$$

$$Hv = 4.18 * Temp + Hc \quad (26)$$

$$FTVagu_{it} = AguEvaTac_{it} * Ctevap, \quad \forall i, t \quad (27)$$

$$FTVaguAcum_t = \sum_u FTVagu_{ut} + FTVagu_{t-1}, \quad \forall t \quad (28)$$

$$Vaporusado = FTVaguAcum_{50} \quad (29)$$

$$QTaguC = FTVagu_{it}, \quad \forall i, t \quad (30)$$

Balances de materia en cada periodo del proceso, todo lo que entra tiene que ser igual a todo lo que sale, que se divide en; una porción de agua que es evaporada (31), la masa cocida que queda en la tacha (32) que está compuesta por azúcar (33) más agua e impurezas (34) y la dinámica del volumen en la tacha en cada periodo al aumentar la masa cocida (35).

$$AguEvaTac_{it} = MasCocTac_{it} - \frac{AguSecTac_{it}}{BQd * PQd}, \quad \forall i, t \quad (31)$$

$$MasCocTac_{it} = Qcarga_{it} - AguEvaTac_{it}, \quad \forall i, t \quad (32)$$

$$AzuSecTac_{it} = QcargaAzuSec_{it}, \quad \forall i, t \quad (33)$$

$$ConAguTac_{it} = MasCocTac_{it} - AzuSecTac_{it}, \quad \forall i, t \quad (34)$$

$$VT_{it} = MasCocTac_{it} + VT_{t-1} - MasCocTacDesc_{it}, \quad \forall i, t \quad (35)$$

La cantidad de agua que se evaporó durante toda la cocción (36), al igual que la masa cocida total descargada (37), que está compuesta por el agua en la masa cocida (39) y azúcar (38), esta cantidad de azúcar que se descarga debe ser igual a todo el azúcar que se cargó en la tacha.

$$AguEvaTacDesc_{it} = MasCocTacDesc_{it} - \frac{AguSecTacDesc_{it}}{BQd * PQd}, \forall i, t \quad (36)$$

$$MasCocTacDesc_{it} = Qcarga_{it} - AguEvaTacDesc_{it}, \quad \forall i, t \quad (37)$$

$$AzuSecTacDesc_{it} = QcargaAzuSec_{it} \quad \forall i, t \quad (38)$$

$$ConAguTacDesc_{it} = MasCocTacDesc_{it} - AzuSecTacDesc_{it} \quad \forall i, t \quad (39)$$

### Restricciones del malaxador

Se muestra en la ecuación (40) el balance de materia y de las ecuación (41) - (43) las restricciones de capacidad.

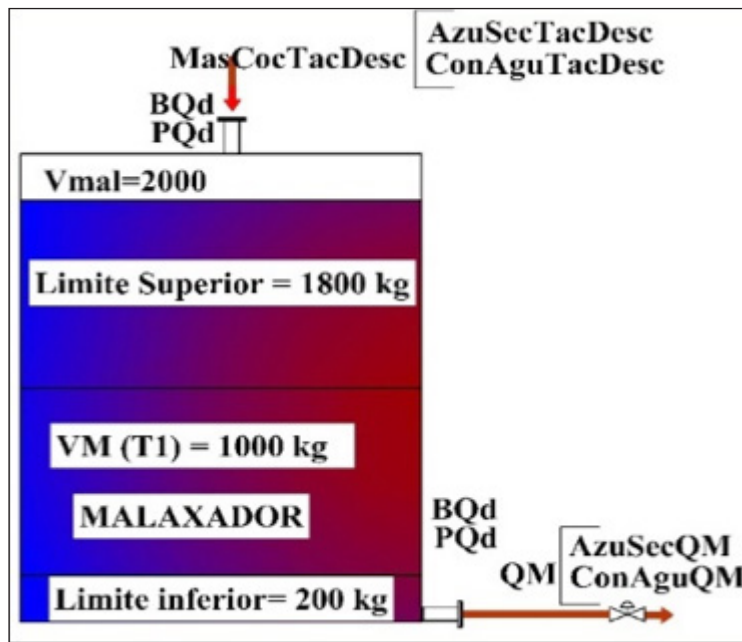


Figura 6: Variables en el Malaxador

$$VM_t = VM_{t-1} - QM + \sum u MasCocTacDes_{ut}, \quad \forall t \quad (40)$$

$$0.1 * Vmal \leq VM_t, \quad \forall t \quad (41)$$

$$0.9 * Vmal \geq VM_t, \quad \forall t \quad (42)$$

$$VM_1 = 1000 \quad (43)$$

### Balances de agua y azúcar en el caudal de descarga

El malaxador tiene una descarga  $QM$  constante de 100 kg/periodo, que contiene azúcar (44) y agua (45) este balance se describe así:

$$AzuSecQM = QM * BQd * PQd \quad (44)$$

$$ConAguQM = QM - AzuSecQM \quad (45)$$

### Balances de materia en la centrifuga.

La centrifuga de primera es continua separa la masa cocida proveniente del malaxador en: Miel pobre, miel rica y azúcar comercial, con diferentes grados Brix y pureza. Por lo tanto el balance es:

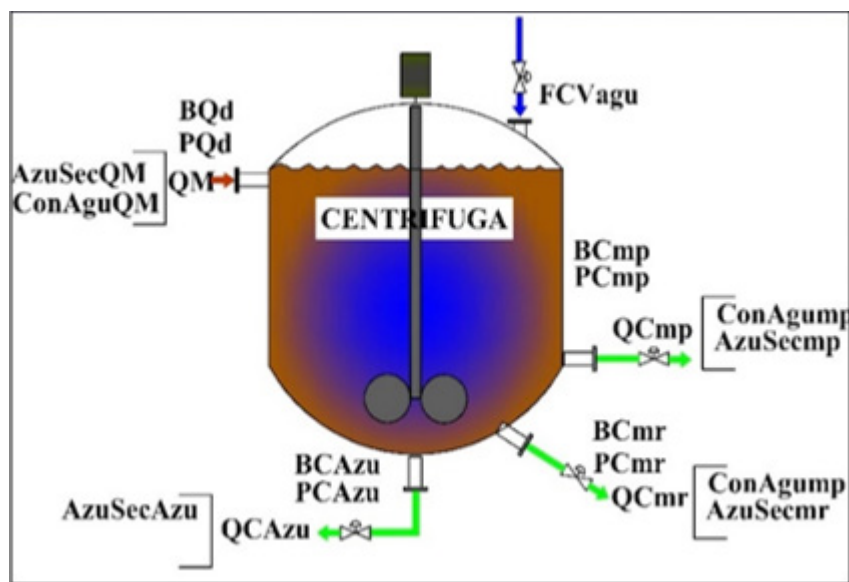


Figura 7: Variables en la Centrifuga

$$ConAgump = QCmp - AzuSecmp \quad (46)$$

$$Azusecmp = QCmp * BCmp * PCmp \quad (47)$$

$$FCVagu = QM * PORagu \quad (48)$$

$$QCmr = PORmr + FCVagu \quad (49)$$

$$AzuSecmr = AzuSecQM - AzuSecmp - AzuSecAzu \quad (50)$$

$$BCmr = \frac{AzuSecmr}{(PORmr + FCVagu) * PCmr} \quad (51)$$

$$QCAzu + QCmp + QCmr = QM + FCVagu \quad (52)$$

$$AzuSecAzu = QCAzu * BCAzu * PCAzu \quad (53)$$

Todas estas ecuaciones y restricciones corresponden a las tachas de primera, también se aplican también a las tachas de segunda y tercera.

## 6. RESULTADOS

Se ha obtenido procesar 105.384 kg/ t de jarabe y una producción de 62 kg/ t de azúcar blanquilla, 18 kg/t de azúcar de segunda, 7.3 kg/ t de azúcar de tercera, 10.20 kg/t de melaza, para un beneficio económico de 3067.49 euros en todo el secuenciamiento.

En las Figura 9, se muestra 22 periodos de 50, el secuenciamiento óptimo de las tres tachas de primera, dos de segunda, y dos de tercera, en arranque en verde, cocción en azul y descarga en rojo. Para las tachas de primero la cocción tarda 8 periodos (2 horas), las de segunda 20 (5 horas) y las de tercera 32 (8 horas).

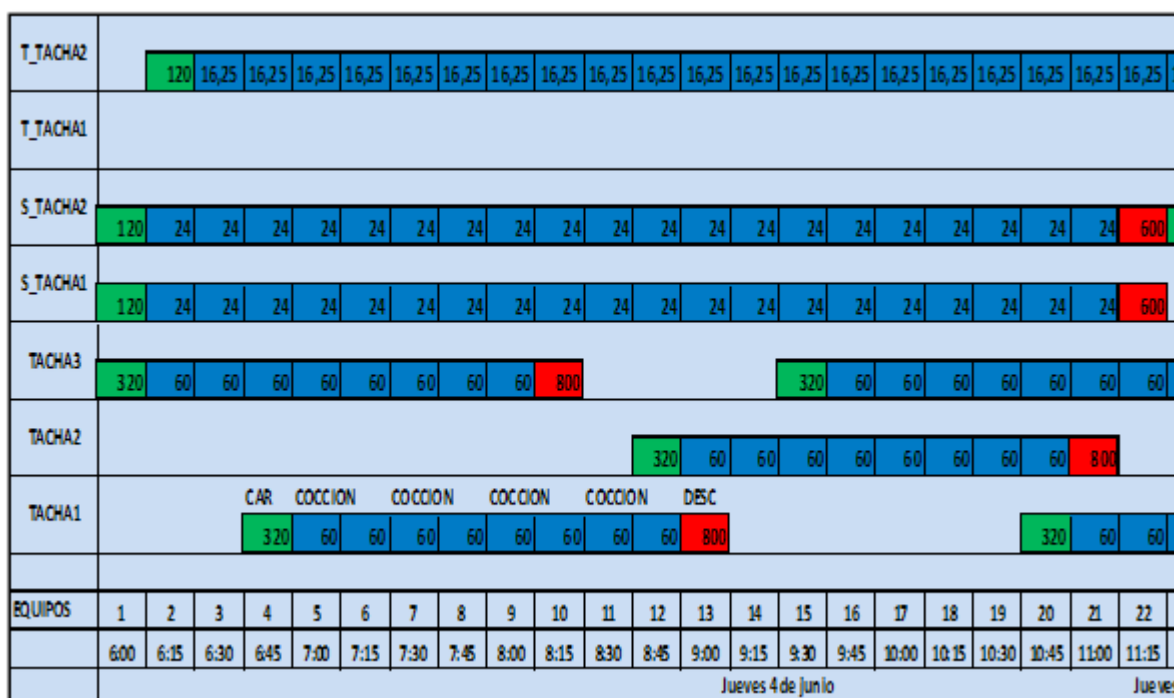


Figura 8: Secuenciamiento óptimo para 22 periodos

En las Figura 9, en línea continua se puede ver la dinámica en el depósito intermedio, y el cumplimiento de las restricciones de capacidad, cuando alcanza 1980 kg que es la capacidad máxima, arrancan dos tachas para evitar que se rebalse.

En línea azul es el comportamiento del malaxador, también se aprecia que cuando este llega al punto de quedarse vacío, al valor del límite inferior 200 kg inmediatamente es descargada una tacha y retorna a su punto de operación. En la parte inferior se aprecia la secuenciación de las tres tachas de primera (1era en Azul, 2da en rojo. 3era en verde), el periodo de secuenciamiento es de 13 horas (50 periodos de 15 minutos)

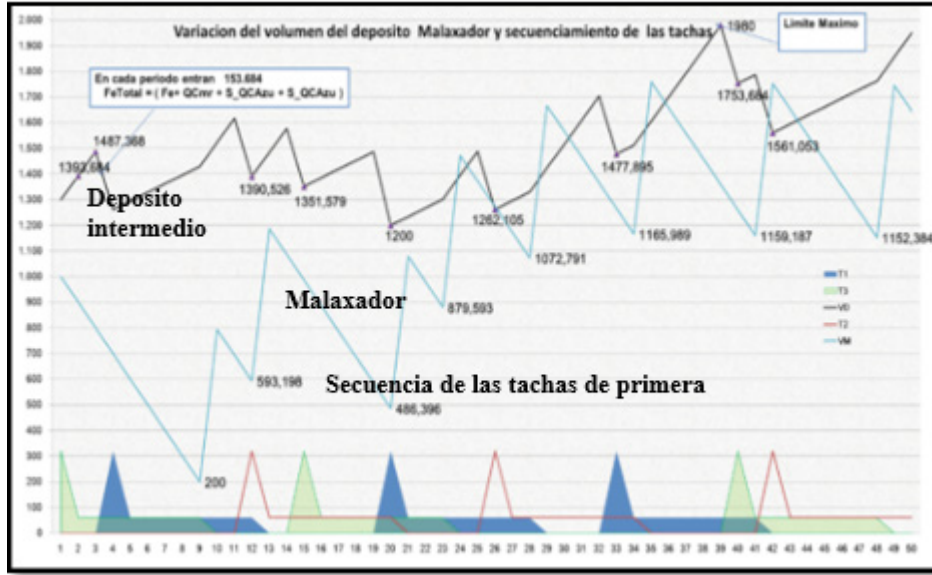


Figura 9: Resultados de las tachas de primera

En las Figura 10, son los resultados de las tachas de segunda, las dinámicas del volumen del depósito y del malaxador son más suaves esto porque las secuencias son más lentas, el flujo de entrada a las dos tachas durante la etapa de carga y de cocción también es menor (1era en azul, 2da rojo)

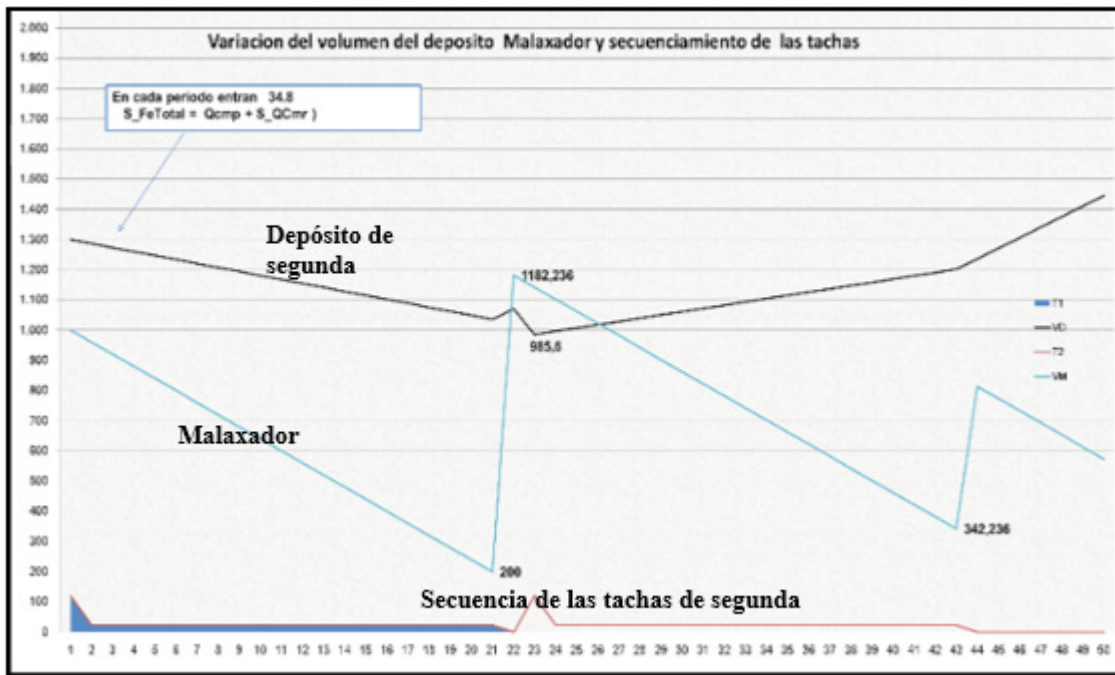


Figura 10: Resultados de las tachas de segunda

En las Figura11, son los resultados de las tachas de tercera, y las dinámicas del volumen del depósito y del malaxador, las secuencias son más lentas en esta etapa, el flujo de entrada a las dos tachas durante la etapa de carga y de cocción es muy poco. (1era en azul, 2da rojo)



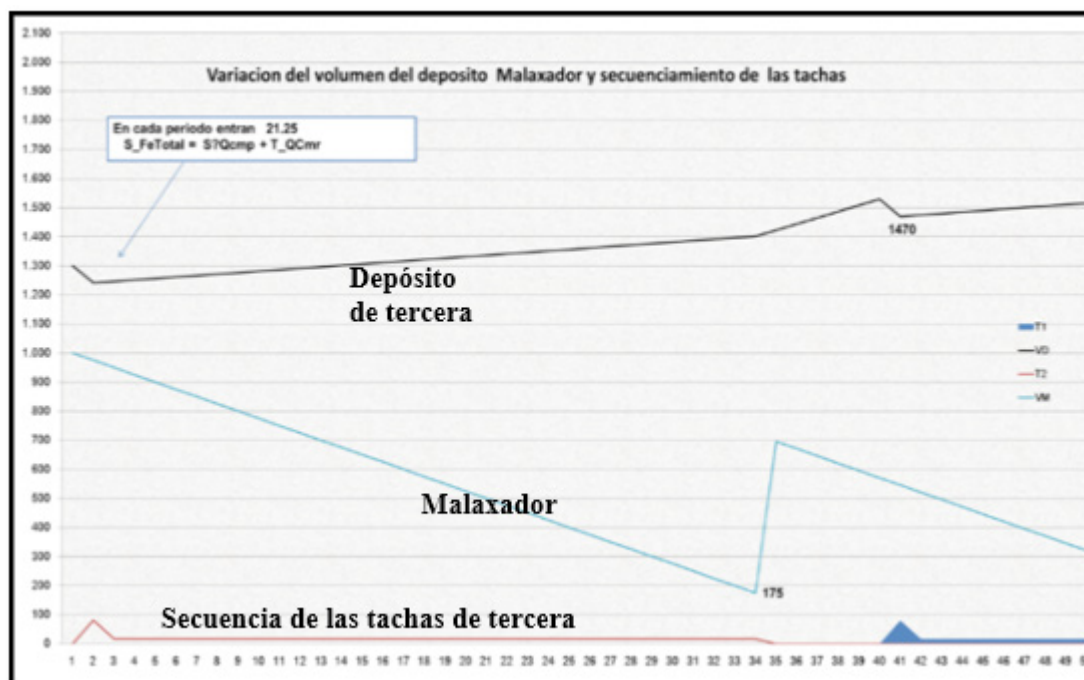


Figura 11: Resultados de las tachas de tercera

## 7. CONCLUSIONES

Se ha logrado identificar el óptimo secuenciamiento de las tachas del cuarto de cristalización, a través de la resolución del modelo matemático usando la programación no lineal mixta entera (MINLP).

La función de coste se ha optimizado y se ha encontrado un óptimo local.

## 8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Carlos A. Méndez, Jaime Cerdá, Ignacio E. Grossmann, Liro Harjunkoski, Marco Fahl «State of the art review of optimization methods for short term scheduling of Batch processes» pp. 914-927, Computers & Chemical Engineering, 2006.
- [2] García García, Anabel, «Modelado y Simulación de Procesos Batch: Sección de Cristalización de una Azucarera,» pp. 1-1, Centro de tecnología Azucarera, Valladolid 2001.
- [3] Nicolàs J. Scenna y Col, «Método, estructuras y modelos para la simulación de procesos batch,» de *Modelado, Simulación y Optimización de Procesos Químicos*, 1999, pp. 741-743.
- [4] Luis Puigjaner, Pedro Ollero, Cesar de Prada, Laureano Jiménez, «Diseño y planificación de la producción de plantas flexibles, y Optimización de procesos químicos » de *Estrategias de modelado, simulación y optimización de procesos químicos*, Madrid, Vallehermoso, pp. 288-250, 300-328
- [5] Carlos Ivorra, «Introducción a la optimización,» de *Matemáticas II*, Universidad de valencia, 2012-13, pp. 1-10.
- [6] Andrés Ramos, Pedro Sánchez, Jose María Ferrer, Julián Barquín, Pedro linares, «Optimización,» de *Modelos Matemáticos de Optimización*, Madrid, 2010, pp. 1-10.

- [7] ACOR\_Sociedad Cooperativa, General Agropecuria, «Proceso de Fabricación del azúcar,» Diciembre 2000.
- [8] Jose Barquero Franco, «La industria del Azúcar de la remolacha,» Madrid, Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación, 1989.
- [9] Alexander Rodríguez, Luis Felipe Acebes, Cesar de Prada, «Modelado y simulación de la unidad de cristalización de la industria azucarera con ecosimpro,» pp. 1-7.
- [10] Mazaeda, R, «Introducción,» de *Librería del Modelos del cuarto de azúcar de la industria azucarera para simuladores de entrenamiento de operarios*, Valladolid, 2010, pp.1-22.