

## Resolución de problemas con integrales para el estudio del principio de Arquímedes en física vectorial

### Solving problems with integrals for the study of Archimedes' principle in vector physics

 Ramón Salvador Acevedo Montenegro<sup>1</sup>  
[acevedoramon934@gmail.com](mailto:acevedoramon934@gmail.com)

 Carlos José Blandón Vindell<sup>1</sup>  
[mh252243@gmail.com](mailto:mh252243@gmail.com)

 Carlos Daniel Picado Castillo<sup>1</sup>  
[carlospicadocastillo@gmail.com](mailto:carlospicadocastillo@gmail.com)

 Carmen María Triminio-Zavala<sup>1</sup>  
[ctriminio@unan.edu.ni](mailto:ctriminio@unan.edu.ni)

 Cliffor Jerry Herrera-Castrillo<sup>1</sup>  
[cliffor.herrera@unan.edu.ni](mailto:cliffor.herrera@unan.edu.ni)

*Fecha de Recepción:* 21-12-2023

*Fecha de Aprobación:* 19-02-2024

#### RESUMEN

El presente artículo tiene como objetivo analizar el estudio vectorial del principio de Arquímedes mediante el uso de la integral definida, estableciendo una conexión entre los conceptos teóricos y los procesos matemáticos en asignaturas como Álgebra, Cálculo II, Estructura de la Materia y Evaluación Educativa. Este es un estudio descriptivo demostrativo, donde el análisis se realiza como parte del proceso metodológico de Graduación para Profesor de Educación Media (PEM), enfocándose en el tercer año de la carrera de Física-Matemática. Para lograrlo, se emplea la resolución de problemas creados por los autores como estrategia para vincular la teoría con la práctica. Los resultados obtenidos a través de este estudio contribuyen al enriquecimiento del conocimiento relacionado con el principio de Arquímedes y resultan relevantes tanto para estudiantes como para docentes interesados en profundizar en este tema fundamental. Además, este enfoque innovador fomenta el desarrollo del pensamiento crítico en las nuevas generaciones de académicos, promoviendo un aprendizaje significativo y aplicable en física y matemáticas.

**Palabras claves:** Arquímedes, evaluación de aprendizajes, integral definida, principio, vectores.

<sup>1</sup> Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua (UNAN-Managua). Centro Universitario Regional de Estelí (CUR-Estelí), Departamento de Ciencias de Educación y Humanidades. Estelí, Nicaragua.



## ABSTRACT

The purpose of this article is to analyze the vectorial study of Archimedes' principle using the definite integral, establishing a connection between theoretical concepts and mathematical processes in subjects such as Algebra, Calculus II, Structure of Matter and Educational Evaluation. This is a descriptive demonstrative study, where the analysis is carried out as part of the methodological process for the culmination of students of High School Teachers (PEM in Spanish), focusing on the third year of the Mathematical-Physics course. To achieve this, the resolution of problems created by the authors is used as a strategy to link theory with practice. The results obtained through this study contribute to the enrichment of knowledge related to Archimedes' principle and are relevant for both students and teachers interested in deepening their knowledge on this fundamental topic. In addition, this innovative approach fosters the development of critical thinking in new generations of academics, promoting meaningful and applicable learning in physics and mathematics.

**Keywords:** Archimedes, learning assessment, definite integral, principle, vectors.

## BILA PRAHNIRA AISANKA

Naha ulbanka na bapanka brisa iwi lukilaki kaikaia vectorial stadi munanka Arquimides la ka ba integral definida yus munanka ba kuk, baku natkara prakanka daukaia tanka ulbanka nani bara matemática smalkanka nani Algebra baku, Calculo II, Estructura de la Materia baku sin Evaluacion educativa klas ka nani ra. Naha stadi takanka na sika descriptivo demostrativo makisa, kan lukilaki kaikisa Profesor de Educacion Media (PEM) makiba aslika ra nahki ra pura luanka brih wi ba, kau pali ba Fisica-Matemática tercer año ra carrera ka ra. Sip pura luaia ba dukiara, trabil ka tanka wapni daukaia bilka ba mangkisa papaskra nani ba mihta baku natkara bilka kum sa ulbi tanka briaia bara praktis ra mangkaia ba wal wilkanka daukaia dukiara. Naha stadi takanka ra mä nani sakan ba wal kau sins laka nani karna daukisa Arquimides lä ka nani dukiara bara sin kasak aihwa sa skul dadimra nani mapara bara sin smasmalkra nani para sin baku natkara kau naha ta bila dukiara sinska karna daukaia ba mata. Baku sin, naha kaikanka raya na skul diman raya nani lukanka yamni ba kau pakisa, baku sip kabia kau yamni lantakaia aihwa ba pakaia bara sin física bara matemática tilara dingki yus munaia.

**Baksakan bila nani:** Arquimedes, lan takan ba lakikaikanka, integral definida, la nani, vectores

**Para citar en APA:** Acevedo Montenegro, R. S. ., Blandón Vindell, C. J. ., Picado Castillo, C. D. ., Triminio-Zavala, C. M. ., & Herrera-Castrillo, C. J. . (2024). Resolución de problemas con integrales para el estudio del principio de Arquímedes en física vectorial. *Wani*, (80), 23-39. <https://doi.org/10.5377/wani.v40i80.17643>

## INTRODUCCIÓN

La mecánica de fluidos ha sido objeto de estudio desde los albores de la civilización. Las comunidades indígenas de América han realizado contribuciones significativas en este campo. No obstante, en los sistemas educativos del país se ha descuidado su enseñanza, a pesar de la abundancia de conocimientos teóricos y experimentales sobre los fluidos en reposo y en movimiento. Es crucial rescatar el cálculo infinitesimal para comprender la estática de los fluidos,



en particular el principio de Arquímedes, y vincularlo a experimentos y situaciones laborales. Un ejemplo de esto son los problemas que surgen debido a "el mal del buceo" entre los pescadores de la costa caribeña de Nicaragua.

Según Herrera Castrillo (2023), actualmente hay un creciente interés en el uso de modelos didácticos interdisciplinarios que promueven el desarrollo de competencias en los estudiantes al vincular diferentes asignaturas. El principio de Arquímedes es un concepto fundamental en la física y la ingeniería que describe la fuerza de flotación en un fluido. Su comprensión y aplicación son importantes en campos como la arquitectura naval y la hidrostática. En este artículo, se enfocará el estudio vectorial del principio de Arquímedes, utilizando la integral definida como una herramienta matemática clave para comprender las fuerzas y momentos en la flotación de objetos sumergidos.

El objetivo principal es explorar la conexión entre los conceptos teóricos y los procesos matemáticos presentes en asignaturas como Álgebra, Cálculo II, Estructura de la Materia y Evaluación Educativa. El estudio se propone resolver problemas prácticos relacionados con la estática y dinámica de fluidos para vincular la teoría con la práctica, brindando una comprensión más profunda y aplicada del principio de Arquímedes (Mairena Molina y Barrios, 2015).

Para Herrera Castrillo (2022), el aprendizaje de Matemáticas y Física se considera una actividad compleja que requiere no solo conocimiento científico, sino también el uso de recursos didácticos motivadores. Este estudio busca enriquecer el conocimiento en física y matemáticas mediante un enfoque innovador en la aplicación del principio de Arquímedes. Se ha desarrollado un modelo físico basado en la resolución de problemas cotidianos, para comprender mejor el comportamiento de sistemas complejos y explorar nuevas perspectivas y aplicaciones. El desarrollo de este modelo implica la construcción de una teoría matemática que representa un sistema físico específico, lo que permite comprender más profundamente los fenómenos estudiados. El pensamiento crítico desempeña un papel fundamental en este proceso, ya que ayuda a los académicos a analizar y desarrollar modelos precisos y representativos, contribuyendo al avance del conocimiento en física y resolución de problemas.

Tanto la Física como la Matemática han sido las ciencias más importantes a lo largo de toda la historia de la humanidad, ya sea en los avances científicos o tecnológicos como en el diario vivir, estas se encuentran a pequeña, mediana o gran escala. (Mairena, et al., 2023, p. 49).

Al utilizar este enfoque innovador, se fomenta el desarrollo del pensamiento crítico en las nuevas generaciones de académicos. El análisis de sistemas físicos complejos requiere habilidades de razonamiento lógico, abstracción y resolución de problemas. Al construir modelos físicos los académicos pueden desarrollar estas habilidades, contribuyendo a su formación integral.

La pregunta de investigación que guía este artículo científico es la siguiente: "¿Cómo se puede utilizar la resolución de problemas como estrategia en el estudio vectorial del principio de Arquímedes, centrándose específicamente en el uso de la integral definida?"

Se han realizado diversos estudios sobre la resolución de problemas relacionados con la mecánica de fluidos, especialmente en relación con el principio de Arquímedes. Estos estudios utilizan herramientas matemáticas como cálculo integral y álgebra vectorial, así como trabajo experimental y tecnología. A continuación, se mencionan algunos de ellos:

Diversos estudios han analizado el uso de simuladores y recursos tecnológicos en la enseñanza de conceptos relacionados con el principio de Arquímedes. Estos estudios destacan que los simuladores pueden mejorar la comprensión y el rendimiento de los estudiantes en Matemáticas y Física (Zurita Gil, 2022). Otros investigadores han enfocado sus esfuerzos en el aprendizaje de la hidrostática y la resolución de problemas de fluidos, utilizando experimentos prácticos que han demostrado ser exitosos para comprender los conceptos necesarios (Cárdenas de la Cruz y Salvador Reyes, 2021). Además, se ha propuesto el uso del Aprendizaje Basado en Proyectos para conectar los contenidos del principio de Arquímedes con la realidad y la vida futura de los estudiantes (Iglesias González, 2020). En cuanto a la enseñanza experimental, se ha resaltado la importancia de combinar recursos materiales y simulaciones digitales para el aprendizaje, a través de un enfoque educativo abierto (Téllez Vargas y Rubio-Pizzorno, 2019). También, se ha realizado una propuesta didáctica basada en la experimentación para enseñar el principio de Arquímedes, utilizando materiales accesibles y logrando una mejor conexión entre el principio y la vida cotidiana de los estudiantes (Aráuz Blandón y Herrera Rivera, 2015).

En el ámbito de la mecánica de fluidos, se han estudiado fenómenos relacionados con el principio de Arquímedes, como la ley de Pascal, que describe la transmisión de presión en fluidos incompresibles, y el principio de Bernoulli, que establece la relación entre la velocidad, la presión y la compresibilidad de un fluido (Talavera et al., 2023; Muñoz Vallecillo et al., 2023; Méndez López et al., 2022; López López et al., 2023). Estos principios son fundamentales en áreas como la hidrodinámica, la hidrostática y la ingeniería de fluidos, y han sido objeto de numerosas investigaciones y aplicaciones prácticas.

Además, se han abordado otros fenómenos como la viscosidad de los fluidos (Ponce Herrera et al., 2023), la turbulencia, la conservación de masa y energía, y la ecuación de continuidad, entre otros (Delgadillo Tijerino et al., 2023). Estos conceptos y principios complementan la comprensión del principio de Arquímedes y contribuyen a un conocimiento más completo de la mecánica de fluidos en general.

El estudio de fenómenos y principios relacionados con la física de los fluidos refleja un interés creciente a nivel nacional en campos como la ingeniería civil, la aeronáutica, la hidrología y la oceanografía. La mecánica de fluidos se destaca por su amplitud y relevancia en la vida cotidiana y la tecnología moderna. Un enfoque vectorial y el uso de la integral definida en el estudio del principio de Arquímedes son fundamentales para comprender y aplicar este principio de manera más precisa y con mayores aplicaciones prácticas.

## Referente Teórico

### Principio de Arquímedes

Antes de enunciar el principio de Arquímedes, es necesario definir que “un fluido es una sustancia incapaz de resistir fuerzas o esfuerzos de corte, sin deformarse, por pequeño que sea el esfuerzo; es decir que esta es capaz de fluir” (Duarte Agudelo et al., 2004, p. 7).

El principio de Arquímedes es aquel que afirma que todo cuerpo sumergido en un fluido de manera total o parcial siempre experimenta una fuerza contraria a la del peso del cuerpo y es vertical que va desde abajo hacia arriba, llamada fuerza de empuje, además, es igual al peso del volumen del líquido desalojado. (Zurita Gil, 2022, p. 32).

Existen conceptos claves, en el principio de Arquímedes, que es importante estudiar:



**Figura 1.** Conceptos específicos del principio de Arquímedes.

Según diversos autores, la masa se refiere a la propiedad de un cuerpo de fluido que representa la inercia o resistencia al cambio de movimiento, así como la cantidad de fluido presente (Mott, 2006; Fleisner, 2012). Por otro lado, el peso se define como la fuerza con la que el fluido es atraído hacia la Tierra debido a la gravedad (Mott, 2006; Ministerio de Educación, 2012). El peso aparente, por su parte, se calcula restando la fuerza de empuje del peso real cuando un cuerpo se sumerge en un fluido (Jardón et al., 2016; Vite, 2014). El volumen, en cambio, se refiere a la cantidad de espacio que ocupa la materia y se puede calcular dividiendo la masa entre la densidad (Pulido y Urriza, 2009; Roldán, 2003).

De acuerdo con Mott (2006), se sostiene que "la densidad es la cantidad de masa por unidad de volumen de una sustancia" (p. 14). Además, según Nieto (2013), se define la densidad como "el cociente entre la masa y el volumen que ocupa un cuerpo  $\rho$ , es decir,  $\rho = m/V$ . En el Sistema Internacional, la densidad se expresa en  $kg/m^3$ " (p. 54).

### Vectores

Según Ortega Ibarra (2020), los vectores en física representan magnitudes vectoriales y se utilizan para describir fuerzas y direcciones. En el caso del principio de Arquímedes, el enfoque vectorial permite analizar con precisión la interacción entre el objeto sumergido, el fluido y las fuerzas involucradas. Los vectores representan y calculan las fuerzas, como la gravedad y la fuerza de flotación, actuando sobre el objeto sumergido, y su suma algebraica determina si el objeto flota, se hunde o se mantiene en equilibrio.

### Integral definida

De manera similar a cómo el concepto de derivada surge del problema geométrico de trazar una línea tangente a una curva, la definición de la integral definida se origina en el problema histórico

de calcular áreas bajo una curva. Según Rondero García (2011), este problema histórico es el que lleva a la definición de la integral definida.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \quad (1)$$

La integral definida se utiliza en el estudio del principio de Arquímedes para calcular magnitudes físicas relevantes. Por ejemplo, se puede utilizar la integral definida para determinar el volumen del fluido desplazado por un objeto sumergido y, por lo tanto, la fuerza de flotación experimentada por el objeto.

Al aplicar la integral definida sobre las variables adecuadas, como la densidad del fluido y la geometría del objeto sumergido, se pueden obtener resultados cuantitativos precisos sobre la fuerza de flotación y otros parámetros relacionados con el principio de Arquímedes.

### Evaluación Educativa

La evaluación desempeña un papel fundamental en el proceso de recolección e interpretación de evidencias de aprendizaje, permitiendo tomar decisiones informadas sobre el progreso de los estudiantes (Zuniga et al., 2014). Según Jiménez Galán et al. (2010), las técnicas de evaluación abarcan diversas herramientas y procedimientos utilizados para obtener información sobre el progreso del proceso evaluado. En el caso específico del principio de Arquímedes y su relación con vectores y la integral definida, la evaluación educativa, con el uso de rúbricas y criterios claros, puede medir la comprensión y aplicación de los estudiantes en estos conceptos. Asimismo, la evaluación basada en rúbricas promueve el aprendizaje autónomo y la autorreflexión, al proporcionar retroalimentación específica sobre el dominio de los conceptos mencionados (Zuniga et al., 2014; Jiménez Galán et al., 2010).

### MATERIALES Y MÉTODOS

#### *Tipo de estudio*

El estudio se considera descriptivo porque su objetivo principal es describir y exponer la presencia de conceptos específicos, como vectores, integral definida y principio de Arquímedes, en un grupo humano específico (Creswell, 2009; Niño Rojas, 2011). En lugar de buscar explicaciones causales o establecer relaciones de causalidad, se centra en proporcionar una descripción detallada de estos conceptos y su prevalencia en el grupo de estudio.

Además, el estudio se considera demostrativo porque utiliza la evaluación educativa basada en rúbricas como objeto de estudio para investigar su efectividad en el aprendizaje de los conceptos mencionados (Ramos-Galarza, 2020). La intención es demostrar si esta forma de evaluación es eficaz en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los conceptos de interés. Para ello, es probable que el estudio aplique diferentes rúbricas de evaluación y analice los resultados obtenidos para determinar su utilidad y efectividad.

### Participantes y Contexto

En este estudio realizado en la Facultad Regional Multidisciplinaria FAREM-Estelí, se investigó el proceso de aprendizaje de 38 estudiantes de tercer año de la carrera de Física-Matemática. Se contó con la participación de 18 docentes, 11 hombres y 7 mujeres, que imparten las cinco asignaturas del programa. A pesar de las dificultades encontradas, los docentes brindaron su apoyo en esta investigación, fortaleciendo así las experiencias de aprendizaje en el campo de las ciencias exactas.

### Instrumento de recogida de datos

Se recopilaron datos de fuentes como artículos científicos y tesis de grado y posgrado utilizando una guía de levantamiento de información documental. A partir de esta recopilación, se planteó un problema inédito que aborda conceptos relevantes en el campo de la Física-Matemática. Se promovió un enfoque interdisciplinario al abordar temas relacionados con el cálculo integral, vectores, mecánica de fluidos/viscosidad y evaluación de aprendizajes. Este enfoque combina diferentes asignaturas y enriquece los conocimientos, al tiempo que fomenta el desarrollo del pensamiento crítico en las nuevas generaciones de intelectuales (Ponce Herrera et al., 2023). Las fuentes principales utilizadas en este estudio fueron libros y artículos científicos.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este apartado se presentan los resultados obtenidos en torno al objetivo de definir los conceptos teóricos, que fundamentan el estudio vectorial del principio de Arquímedes mediante la integral definida. Se trabajaron varias variables, entre ellas el principio de Arquímedes, vectores, integral definida y rúbrica de evaluación.

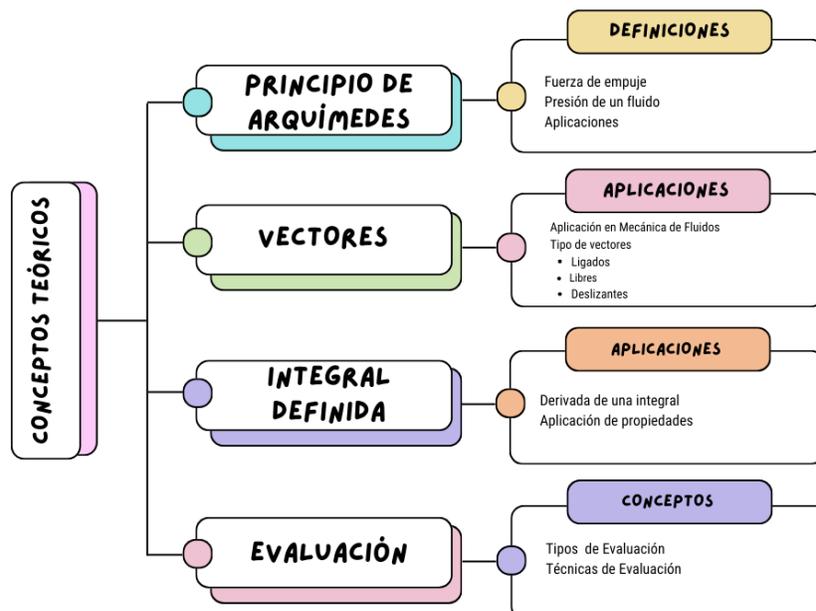


Figura 2. Fundamentos teóricos necesarios para el análisis de problemas.

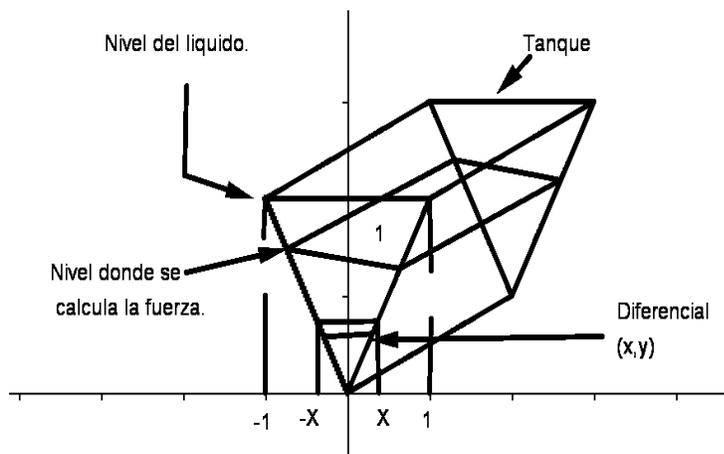
**Propuesta de problema**

Se imagina que un tanque que almacena agua y cuyas paredes verticales tienen forma de un triángulo equilátero, con cada lado del triángulo midiendo 2 metros. Queremos determinar la fuerza ejercida por el fluido sobre una de estas paredes cuando la altura del agua en el tanque es de 1 metro.

Para resolver este problema, se utilizará el principio Arquímedes, el cual establece un cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido experimenta una fuerza de flotación hacia arriba igual al peso del volumen del fluido desplazado por el cuerpo. En este caso se considera que la densidad del agua es de  $\alpha = 9800 \left[ \frac{N}{m^3} \right]$

**Solución:** En este enunciado, se hace referencia a la aplicación de cada una de las áreas mencionadas de la siguiente manera:

El principio de Arquímedes se utiliza en este problema para determinar la fuerza ejercida por el fluido sobre la pared del tanque. Según este principio, un cuerpo sumergido en un fluido experimenta una fuerza de flotación igual al peso del volumen del fluido desplazado. Aunque no se mencionan explícitamente, los vectores se utilizan para representar las fuerzas y direcciones asociadas al principio de Arquímedes en el cálculo de la fuerza sobre la pared del tanque. Además, se utiliza la integral definida para calcular el volumen y la fuerza del fluido desplazado, lo cual es esencial para aplicar el principio de Arquímedes. Aunque no se menciona explícitamente, la rúbrica de evaluación se utiliza para evaluar la resolución del problema y la aplicación correcta de los conceptos de Arquímedes, los vectores y la integral definida en el contexto específico del tanque de agua.



**Figura 3. Gráfico del Problema**

Es importante, para identificar el diferencial a tomar en una figura, tener una comprensión clara de conceptos matemáticos y geometría asociada a la figura en cuestión. A continuación, se presentan algunos pasos generales que se pueden seguir para identificar el diferencial apropiado en diferentes tipos de figuras:



En el contexto de geometría, las líneas rectas no requieren el uso de diferenciales debido a su falta de curvatura. Para curvas simples como círculos, elipses o parábolas, se puede utilizar un diferencial de longitud ( $ds$ ) expresado en términos de un parámetro, como  $t$ . Al tratar con superficies en el espacio tridimensional, como un plano, se pueden tomar diferencias en coordenadas bidimensionales, como  $x$  e  $y$ . Para objetos tridimensionales, como cubos, esferas o conos, se utilizan diferencias en coordenadas tridimensionales, como  $x$ ,  $y$  y  $z$ .

### Pasos

1. Analizar los datos que brinda el problema según la gráfica.
2. En la gráfica se tiene reflejado un tanque que presenta forma de un triángulo equilátero en el cual almacena un fluido (agua) de  $2\text{ m}$  a cada lado y dice en el problema que se va a encontrar la fuerza que ejerce este fluido sobre una de las pirámides del tanque enfocándose en la altura de  $1\text{ m}$  del fluido, en esta cara la fuerza hidrostática forma un vector que se representa en la gráfica como punto donde se origina la fuerza ejercida por el fluido.
3. Considerando los vértices que forman los pendes del nivel del líquido, se tienen que equivalen a  $1$  positivo y  $-1$  negativo, que en el valor absoluto la distancia del punto en otro sería  $2$ .
4. Tomar  $u$  diferencial del punto donde se almacenan el líquido para calcular la base, tomando en cuenta los puntos genéricos que forman la pared de donde se encuentra el diferencial se obtiene que la altura se asocia con un diferencial  $dy$  por lo que se está midiendo en el eje  $y$  para encontrar la base, se consideran la distancia de los puntos genéricos lo cual equivale a  $x$  y  $-x$  al hacer la suma algebraica la base sería igual a  $2x$ .

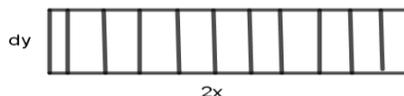


Figura 4. Base de la ilustración del Problema.

De esta manera se obtiene el arco que será igual a la base por la altura, resultando así:

$$A = 2x \, dy \tag{2}$$

Esta es el área que se obtiene de todo el triángulo que forma la pared, donde se almacena el líquido y se va a calcular la fuerza; hay que resaltar que el tanque está totalmente lleno, pero según lo que pide trabajar el ejercicio, se va a encontrar la fuerza que se origina de  $0$  a  $1\text{ m}$  de altura del líquido.

5. mediante la fórmula que se presenta de física se deduce que la presión va a hacer igual a la fuerza entre  $p = \frac{F}{A}$  la unidad del área; también tenemos que la presión es una función de la altura o el nivel, por lo tanto, obtenemos que la presión será igual a la densidad por la gravedad multiplicado por la altura.

$$p = \rho \, g \, h \tag{3}$$

Si igual la formula y resulta

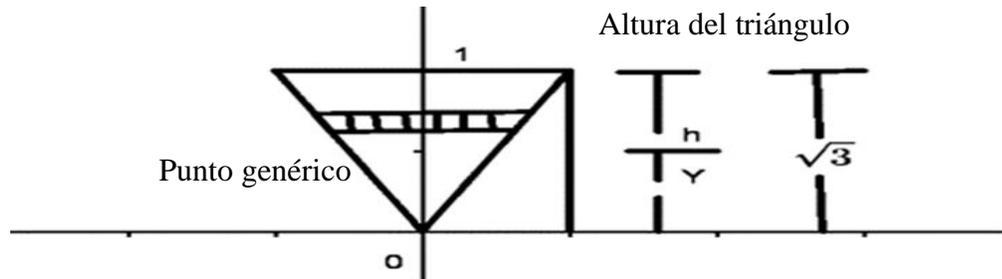


$$p = p \rightarrow \frac{F}{A} = \rho gh \tag{4}$$

Pero, lo que necesita es la fuerza, entonces se despeja.

$$F = \rho gAh \tag{5}$$

Esta es la ecuación con la que se va a trabajar para encontrar la fuerza en términos del diferencial  $dy$ , en este caso la densidad y la gravedad es constante, dependiendo del fluido que proporciona el problema.



**Figura 5.** Altura total del triángulo.

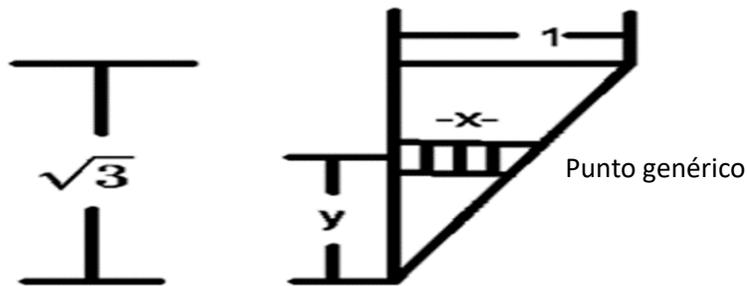
- El siguiente paso es calcular la altura, tomando como referencia el triángulo de la pared donde se origina la fuerza

Se tiene que desde 0 al punto genérico hay una altura de  $y$  pero desconoce la altura total del triángulo; teniendo la altura total, se puede establecer una relación de distancia. Se sabe que la altura total va a hacer igual a  $h + y$

$$\sqrt{3} = h + y \tag{6}$$

Despejamos  $h = \sqrt{3} - y$  expresión para la altura.

- Se ubica en el punto genérico según el lugar geométrico, donde se observa el siguiente triángulo

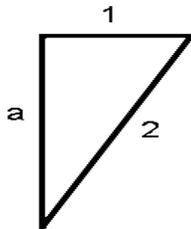


**Figura 6.** Punto genérico.

Se sabe que dentro del triángulo rectángulo se forma otro triángulo interno, lo que permite trabajar por semejanza y obtener la siguiente relación entre las variables

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{\sqrt{3}} \tag{7}$$

Se despeja x  $x = \frac{y}{\sqrt{3}}$  relación



**Figura 7.** Datos para utilizar el teorema de Pitágoras.

Para encontrar la altura total, se toma una parte del triángulo en el cual se expresan los siguientes datos

Se resuelve mediante el teorema de Pitágoras

$$2^2 = 1^2 + a^2 \tag{8}$$

$$a^2 = 3 \text{ entonces } a = \sqrt{3} \tag{9}$$

Altura total del triángulo

8. Teniendo cada uno de estos datos se sustituye en la formula.

$f = \rho g Ah$  Como la dirección del ejercicio pide encontrar la fuerza que se origina, tomando en cuenta la distancia de 0 a 1 m

Del líquido entonces se integra de 0 a 1

$$f = \rho g (\sqrt{3} - y) 2 \left( \frac{y}{\sqrt{3}} \right) dy \tag{10}$$

$$f = \int_0^1 \rho g (\sqrt{3} - y) 2 \left( \frac{y}{\sqrt{3}} \right) dy \tag{11}$$

Se resuelve la integral

$$f = \frac{28}{\sqrt{3}} \int_0^1 (\sqrt{3} - y) y dy = \frac{28}{\sqrt{3}} \int_0^1 (\sqrt{3} y - y^2) dy \tag{12}$$

Resolver de manera inmediata

$$f = \frac{28}{\sqrt{3}} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} y^2 - \frac{1}{3} y^3 \right] \quad (13)$$

Se evalúa de 0 a 1

$$f = \frac{28}{\sqrt{3}} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{3} \right] \quad (14)$$

9. se sustituye el valor del peso específico

$$f = \frac{2 \left( 9800 \frac{N}{m^3} \right)}{\sqrt{3}} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{3} \right] = 6.027,98N \quad (15)$$

R=la fuerza que ejerce el fluido sobre la pared cuando la altura es de 1m es 6.027,98N

**Tabla 1. Rúbrica de evaluación**

	Álgebra	Cálculo	Estructura de la Materia	Evaluación Educativa	Curso de Graduación (PEM)
100%	Se evidencia de forma clara y precisa la parte vectorial en el principio de Arquímedes.	Se aplica en cálculo integral de muy buena manera para el cálculo de fuerza de un fluido tomando en cuenta sus definiciones teóricas	Se representa con claridad y coherencia el principio de Arquímedes, basándose en la teoría y explicación del problema práctico	Abarca la parte teórica de sus conceptos, así mismo se elabora de forma correcta una rúbrica de evaluación, cumpliendo cada uno de sus requisitos.	Se evidencia la vinculación de cada uno donde las áreas mencionadas Se cumple con las APA Entrega en tiempo y forma Respeta la estructura del trabajo.
80%	Se evidencia la parte de vectores, pero se considera que se debió explicar un poco más de qué manera influye en el principio de Arquímedes.	Se aplica la integral definida en el cálculo de fuerzas de un fluido, pero no se relaciona la parte teórica con la demostración matemática.	Se representa el principio de Arquímedes de manera teórica y práctica pero no se logra explicar más afondo la temática en el problema.	Si se habla de la evaluación en el trabajo, pero la rúbrica elaborada no cuenta con ciertos parámetros para tener una mejor evaluación.	Se presenta la unión de las asignaturas, pero no aplican algunas normativas Apa de forma correcta.

	Álgebra	Cálculo	Estructura de la Materia	Evaluación Educativa	Curso de Graduación (PEM)
50%	Explica la parte teórica pero no se evidencia con claridad en la práctica del problema.	Demuestra la integral definida en el cálculo de fuerzas de un fluido, pero no describe paso a paso la resolución del problema.	Se considera que no se relaciona de mejor manera la parte teórica con la práctica.	La rúbrica diseñada requiere una mejor estructura, que permita detallar de mejor manera al proceso de evaluación.	No se vincula todas las asignaturas,
30%	La información teórica y la explicación de la práctica es muy deficiente.	No aplica de forma correcta la integral explicando cada uno de sus pasos.	Conocer de información teórica para darle mayor explicación de acuerdo con el problema práctico.	La rúbrica elaborada es muy sencilla, no permite evaluar todo el presente trabajo	La representación de todas las asignaturas es muy deficiente, además no cumple, con todas las normas APA7.
0 %	No cumple con el trabajo	No cumple con el trabajo	No cumple con el trabajo	No cumple con el trabajo	No cumple con el trabajo

Los resultados obtenidos en la aplicación del principio de Arquímedes en áreas como el álgebra, el cálculo y la estructura de la materia son fundamentales para comprender y cuantificar los fenómenos relacionados con la flotabilidad y las fuerzas en los fluidos. Estos resultados contribuyen al avance del conocimiento en física y mecánica de fluidos, permitiendo una mejor comprensión teórica y práctica del principio de Arquímedes. En la aplicación específica, se destacan los aspectos vectoriales, el uso adecuado de la integral definida en el cálculo de fuerzas y una representación clara del principio en la estructura de la materia. Si bien la evaluación educativa abarca los conceptos teóricos y presenta una rúbrica, se sugiere una mayor profundidad y considerar parámetros adicionales para una evaluación más completa y detallada.

## CONCLUSIONES

El presente artículo ha abordado el estudio vectorial del principio de Arquímedes utilizando la integral definida, lo cual ha llevado a una comprensión más profunda de este principio en física. El desarrollo de la investigación fue exitoso, superando desafíos y fomentando el trabajo en equipo. Los resultados obtenidos tendrán un impacto relevante en el desarrollo profesional de los investigadores involucrados.



Esta investigación logró alcanzar los objetivos propuestos, obteniendo resultados significativos que contribuyeron al avance del conocimiento. Aunque la metodología inicialmente presentó dificultades, se evidenció una estrecha relación entre las asignaturas y se descubrieron nuevos aprendizajes. Esto proporcionó una comprensión más profunda de cómo se interrelacionan las diferentes áreas en el estudio del principio de Arquímedes. Además, se destacó la relevancia de integrar la física y las matemáticas, utilizando la integral definida, para una comprensión más completa y un análisis en contextos complejos del principio de Arquímedes.

El estudio del comportamiento de la presión con la profundidad es importante en diversos campos científicos y aplicaciones prácticas. Utilizando el principio de Arquímedes y la integral definida, se puede entender y cuantificar este comportamiento. En recipientes abiertos a la presión atmosférica, la presión en un punto específico se calcula sumando la presión atmosférica y la presión debida a la columna de líquido, que varía con la profundidad debido a la gravedad. La integral definida permite demostrar de manera rigurosa cómo la presión se relaciona con la profundidad, sumando infinitesimales de presión a lo largo de la columna de líquido, considerando la densidad del fluido y la aceleración gravitacional.

El método de aplicación de la integral definida para demostrar la presión en recipientes abiertos a la presión atmosférica es ampliamente utilizado en textos científicos y académicos. Proporciona una base teórica sólida para comprender y analizar fenómenos relacionados con la presión en fluidos. Los resultados obtenidos en la evaluación demuestran un buen nivel de comprensión y aplicación de los conceptos del principio de Arquímedes, aunque se identifican áreas de mejora. En general, estos resultados contribuyen al avance del conocimiento en el campo de la física y la mecánica de fluidos, mejorando la comprensión del principio de Arquímedes.

## CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

## REFERENCIAS

- Aráuz Blandón, E. U., y Herrera Rivera, Y. M. (2015). Propuesta didáctica del principio de Arquímedes que propicie el aprendizaje significativo de los estudiantes de séptimo grado A y B del colegio Guillermo Cano, Estelí. *Tesis de Grado*. UNAN-Managua / FAREM-Estelí.
- Cárdenas de la Cruz, C., y Salvador Reyes, H. H. (2021). Experimento del Principio de Arquímedes en la Resolución de Problemas de Fluidos en Estudiantes del Quinto Grado de Educación Secundaria de la I.E.P. “Excéleni-Huancayo”. *Tesis de Grado*.
- Creswell, J. (2009). *Research design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches* (Vol. 3). Singapore: SAGE.



- Delgadillo Tijerino, E. L., Torrez Silva, X. M., Espinoza Martínez, E. D., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Prototipo de trabajo práctico experimental en la demostración de la ecuación de Euler y el principio de conservación de la energía al aplicarse integrales y vectores. *Revista Científica Tecnológica - RECIENTEC*, 6(2), 61-73.
- Duarte Agudelo, A., y Niño Vicentes, J. R. (2004). *books.google.es* (Tercera edición ed.). (U. N. Colombia, Ed.) Bogota, Bogotá, Colombia: universidad nacional de colombia.
- Fleisner, A. (2012). La referencia del término de magnitud física “masa”. *Páginas de Filosofía / Universidad Complutense de Madrid.*, 8(16), 5-25.
- Herrera Castrillo, C. (2023). Interdisciplinariedad a través de la Investigación en Matemática y Física. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 15(1), 31-45. <https://doi.org/10.46219/rechciem.v15i1.126>
- Herrera Castrillo, C. J. (2022). Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología. *Revista Torreón Universitario*, 11(31), 26-35. <https://doi.org/10.5377/rtu.v11i31.14223>
- Herrera-Castrillo, C. J. (2023). Metodología para el aprendizaje por competencias. *Revista Electrónica De Conocimientos, Saberes Y Prácticas*, 6(1), 77-90. <https://doi.org/10.5377/recsp.v6i1.16513>
- Iglesias González, R. (2020). Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP). Aplicación de experiencias profesionales en la docencia de secundaria: Principio de Arquímedes. *Tesis de Maestría*. Universidad de Cantabria.
- Jardón, A., Marini, S., y Oliva, A. (2016). *Hidrostática-Hidrodinámica*. Universidad Nacional de Rosario, Politécnico.
- Jiménez Galán, Y. I., González Ramírez, M. A., y Hernández Jaime, J. (2010). Modelo 360° para la evaluación por competencias (enseñanza-aprendizaje). *Innovación Educativa*, 10(53), 43-53. <https://bitly.ws/32Krm>
- López López, L. J., Rivera Díaz, R. E., Carrasco Sánchez, S. d., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Aplicaciones del cálculo integral en la compresibilidad de fluidos en un campo vectorial. *Revista Ciencia E Interculturalidad*, 32(1), 23-42. <https://doi.org/https://doi.org/10.5377/rci.v32i01.16232>
- Mairena Mairena, F. J., Zeledón Mairena, Y. N., Gutiérrez Herrera, A. d., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Prototipo de Trabajo Práctico Experimental en la Demostración de existencia de Fluidos Miscibles desde el Cálculo Vectorial. *Revista Torreón Universitario*, 12(34), 48–61. <https://doi.org/10.5377/rtu.v12i34.16340>
- Mairena Molina, E. M., y Barrios, F. J. (2015). *Programa de Asignatura Estructura de la Materia*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua UNAN - Managua.

- Méndez López, H. A., Quiroz González, O. E., y Orozco López, K. J. (2022). *Prototipo de trabajo experimental en la demostración de la Ecuación de Bernoulli al aplicarse integrales y vectores*. UNAN Managua - FAREM Estelí, Estelí, Nicaragua.
- Ministerio de Educación. (2012). *Ciencia, Tecnología y Ambiente 5*. Grupo editorial Santillana S.A.
- Mott, R. L. (2006). *Mecánica de Fluidos*. Universidad de Dayton. Pearson educación. <https://avdiaz.files.wordpress.com/2008/10/fluidos-mott-6ed.pdf>
- Muñoz Vallecillo, L. O., Martínez González, Y. Y., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Uso de simuladores y asistente matemático en la demostración del principio de Pascal al aplicarse integrales y vectores. *Revista Científica Tecnológica*, 2(6), 48-60.
- Nieto, S. (2013). *La biblia de la Física y Química*. Thema equipo editorial, S.A. Lexus editores.
- Niño Rojas, V. M. (2011). *Metodología de la Investigación*. Ediciones de la U.
- Ortega Ibarra, J. J. (2020). <http://gmc.geofisica.unam.m>. Trabajo realizado con el apoyo del Programa UNAM-DGAPA-PAPIME
- Ponce Herrera, G., López Valdivia, F. S., Canales Urrutia, C. I., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Implementación de la integral definida para el análisis de la viscosidad de fluidos. *Wani*, 39(79), 62-77. <https://doi.org/10.5377/wani.v39i79.16921>
- Pulido, A., y Urriza, A. (2009). *El científico pilló al ladrón. Vitruvio, tomado de George Gamow, Biografía de la física*. Alianza Editorial.
- Ramos-Galarza, C. A. (2020). Los Alcances de una investigación. *Revista CienciAmérica*, 9(3), 1-5. <http://dx.doi.org/10.33210/ca.v9i3.336>
- Roldán, M. (2003). Algunos objetos mentales relacionados con el concepto volumen de maestros de primaria. *Revista Mexicana de Investigación educativa*. <https://www.redalyc.org/pdf/140/14001807.pdf>
- Rondero García, L. A. (2011). *Cálculo Integral: Guía 3*. Instituto Politécnico Nacional CECYT "Wilfrido Massieu". <https://www.ipn.mx/assets/files/cecyt11/docs/Guias/UABasicas/Matematicas/calculo-integral-3.PDF>
- Talavera, J. I., Salmerón Herrera, J. J., Cruz Cruz, J. d., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Prototipo de trabajo práctico experimental en la demostración del principio de Pascal. *Wani*, 79(2), 27-44. <https://doi.org/10.5377/wani.v39i79.16805>
- Téllez Vargas, R., y Rubio-Pizzorno, S. (2019). Recurso Educativo Abierto elaborado con GeoGebra para la enseñanza-aprendizaje del principio de Arquímedes. *VIII Congresso Brasileiro de Informática na Educação (CBIE 2019)*.



UNAN Managua. (2021). *Las Líneas y Sub-líneas de Investigación de la UNAN-Managua*. Managua, Nicaragua: Vicerrectorado De Investigación, Posgrado Y Extensión Universitaria | Dirección De Investigación.

Vite, L. (2014). Principio de Arquímedes. *Vida Científica*(4), 1-10.

Zuniga, M., Solar, M., Lagos, J., Báez, M., y Herrera, R. (2014). *Evaluación del aprendizaje en innovaciones curriculares de la educación superior*.

Zurita Gil, R. (2022). El uso de simuladores en el principio de Arquímedes. *Tesis para optar el Título de Licenciado en Educación. Nivel Secundaria. Especialidad Matemática y Física*. Universidad de Piura.

